TP 2 informatique

BCPST 2 2019-2020

Révisions

V.Vong

Points abordés

- Listes, matrices
- méthode d'Euler
- variables aléatoires finies
- statistiques descriptives

Exercices

Exercice 1. On considère l'équation différentielle $y' = y, y(0) = 1$.

1. Rappeler la solution de cette équation différentielle.
2. Tracer le graphe de cette fonction.
3. À l'aide de la méthode d'Euler, tracer le graphe d'une approximation de la fonction solution.
4. Déduire de la méthode d'Euler une fonction `approx(n)` qui retourne une valeur approchée de e.

Exercice 2.
1. Rappeler les formules de la variance, de la moyenne, de la covariance.
2. Écrire des fonctions calculant la variance, la moyenne d'une liste L.
3. Étant donnés deux listes de valeurs L, M, écrire une fonction qui calcule la droite de régression linéaire de M en fonction de L.

Exercice 3. On considère l'équation différentielle $y(0) = 1, y' = \frac{y}{1+y^2}$.

1. Écrire une fonction qui trace une solution approchée de cette équation sur $[0, 1]$.

Exercice 4. Écrire une fonction `mini(L)` qui prend en argument une liste de nombres pas nécessairement triée et qui renvoit le minimum.

Exercice 5. On considère l'expérience suivante : à l'instant $t = 0$, une urne contient 1 boule rouge et une boule blanche. On tire une boule de l'urne. Si celle-ci est rouge, on rajoute dans l'urne n_1 boules rouges et n_2 boules blanches. Sinon, on rajoute m_1 boules rouges et m_2 boules blanches. La boule tirée est ensuite remis dans l'urne. On note X_n le nombre de boules blanches dans l'urne après n tirages.

Écrire une fonction qui simule la variable aléatoire X_n. On pourra mettre en paramètres m_1, m_2, n_1, n_2.

Exercice 6. On se donne une liste d'entiers L trié dans l'ordre croissant et un nombre S.

1. Écrire une fonction `somme(L,S)` qui renvoie `True` s'il existe i, j deux entiers différents tels que $L[i]+L[j] = S$ et `False` sinon.
2. $\star$ Optimiser votre fonction de sorte qu'il y ait au plus n comparaisons où n est la taille de la liste L.

Exercice 7. Étant données deux listes $L = L_0, \cdots, L_n$ et $M = M_0, \cdots, M_r$, un battage de ces deux listes est une liste $K = K_0, \cdots K_{n+m}$ où les éléments de K sont ceux de L et de M et où l'ordre d'apparitions des éléments de L (M) dans K est le même que dans L (M). Par exemple, si $L = [1, 2, 3]$ et $M = [4, 5]$ les battages possibles sont :

1. 1,2,3,4,5 2. 1,2,4,3,5 3. 1,2,4,5,3 4. 1,4,2,3,5 5. 1,4,2,5,3 6. 1,4,5,2,3
7. 4,1,2,3,5 8. 4,1,2,5,3 9. 4,1,5,2,3 10. 4,5,1,2,3

1. Écrire une fonction `battage_aleatoire(L,M)` qui retourne de manière aléatoire un battage de L et de M.
2. $\star$ Écrire une fonction `liste_battage(L,M)` qui retourne la liste des battages possibles.

Exercice 8. On définit la suite $(B_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par :

$$B_0 = 1, \forall n \in \mathbb{N}, B_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k.$$

1. Écrire une fonction `Bell(n)` qui renvoit la valeur de B_n.
2. $\star\star$(Math) montrer que pour tout entier naturel n, B_n est le nombre de partitions de l'ensemble $\{1, 2, 3, \ldots, n\}$.