

Semaine du 13 janvier au 19 janvier

1 Mots-clés

Matrices Matrices, matrices carrées, matrices triangulaires supérieures et inférieures, matrices diagonales, structure vectorielle des matrices, produit de matrices, systèmes linéaires et matrices, opérations élémentaires sur les lignes, rang d'une matrice, inverse d'une matrice carrée de taille 2, inverse d'une matrice carrée, transposée d'une matrice, matrices symétriques.

Équations différentielles linéaires Équations différentielles linéaire d'ordre 1, équation différentielle linéaire d'ordre 2, équation caractéristique, principe de superposition.

2 Savoir-faire

1. Faire des calculs matriciels (produit, somme).
2. Échelonner une matrice.
3. Calculer le rang d'une matrice.
4. Inverser une matrice.
5. Résoudre les équations différentielles linéaires d'ordre 1 à coefficients constants.
6. Résoudre les équations différentielles linéaires d'ordre 2 à coefficients constants.
7. Vérifier qu'une fonction est bien solution d'une équation différentielle.

3 Questions de cours

1. Montrer que sous réserve d'existence, l'inverse d'une matrice est unique.
2. Montrer que si A et B sont inversibles alors $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
3. Rappeler la définition du déterminant d'une matrice A de taille 2 et montrer que si celui-ci est non nul alors A est inversible et expliciter une formule de l'inverse.
4. Montrer que si A est une matrice de taille 2 inversible alors son déterminant est non nul.
5. Montrer que la transposée de AB est le produit ${}^tB^tA$.
6. Montrer que si A est inversible alors tA est inversible et expliciter son inverse.
7. Résoudre $y' + ay = 0$.
8. Résoudre $y' + ay = b$, où $(a, b) \in \mathbb{R}$.
9. Donner la forme des solutions de $y'' + ay' + by = 0$ ($\Delta > 0$) et vérifier qu'elles sont bien solutions.
10. Donner la forme des solutions de $y'' + ay' + by = 0$ ($\Delta = 0$) et vérifier qu'elles sont bien solutions.
11. Donner la forme des solutions de $y'' + ay' + by = 0$ ($\Delta < 0$) et vérifier que deux d'entre elles.

Remarque. Notes aux colleurs : dans le cas d'une équation différentielle non homogène, on donnera la forme d'une solution particulière. Les équations différentielles linéaires sont ici à coefficients constants.