Semaine du 24 février au 1 mars

1 Mots-clés

Convergence des suites réelles Limite d'une suite, suites convergentes, suites divergentes, suites extraites d'indice pairs et impairs, nature d'une suite, opérations sur les limites, théorème de la limite monotone, théorème des suites adjacentes, équivalents de suites, suites négligeables, étude de suites.

Géométrie points, vecteurs, vecteurs libres, vecteurs liés, repère, représentation paramétrique d'une droite (dans le plan ou l'espace), équation cartésienne d'une droite, équation d'un cercle, représentation paramétrique d'un plan, équation cartésienne d'un plan, produit scalaire dans le plan ou l'espace, projection orthogonale, déterminant (pour des vecteurs du plan), barycentre.

Polynômes Monôme, polynôme, degré, opérations sur les polynômes (somme, produit, dérivation, évaluation), racine, ordre de multiplicité d'une racine, factorisation des polynômes, théorème de d'Alembert-Gauss

2 Savoir-faire

1. Déterminer la nature d'une suite.
2. Déterminer un équivalent d'une suite.
3. Déterminer la limite d'une suite.
4. Étudier une suite (monotonie, caractère bornée, limite).
5. Déterminer une représentation paramétrique d'une droite.
6. Déterminer une représentation cartésienne d'une droite.
7. Déterminer une équation de cercle.
8. Montrer qu'une famille de deux vecteurs est libre.
9. Déterminer les coordonnées d'un barycentre.
10. Calculer avec des polynômes.
11. Factoriser un polynômes.
12. Démontrer qu'un polynôme est nul.

3 Questions de cours

1. Montrer que si $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est nul alors $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est liée.
2. Montrer que si $\det(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est non nul alors $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est libre.
3. Rappeler la définition d'un repère du plan de $\mathbb{R}^2$ et montrer que si $R = (A, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est un repère alors pour tout point M de $\mathbb{R}^2$ il existe un unique $(\alpha, \beta) \in \mathbb{R}^2$ vérifiant $\overrightarrow{AM} = \alpha\overrightarrow{u} + \beta\overrightarrow{v}$.
4. Soient $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}$ deux vecteurs de $\mathbb{R}^2$. Montrer que $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = ||\overrightarrow{u}|| \cdot ||\overrightarrow{v}|| \cos(\theta)$ où θ est un angle entre les deux vecteurs $\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v}$.
5. Montrer l'inégalité de Cauchy-Schwarz avec deux vecvteurs de $\mathbb{R}^2$.
6. Décrire les ensembles caractérisés par une équation de la forme $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$.
7. Montrer l'existence et l'unicité du barycentre d'une famille $((A_i, \alpha_i)$ de points pondérés vérifiant $\sum \alpha_i \neq 0$
8. Montrer que si un polynôme P est nul et qu'il s'écrit $\sum \alpha_i X^i$ alors tous les α_i sont nuls.
9. On suppose que $P = \sum \alpha_i X^i, Q = \sum \beta_i X^i$. Montrer que $P = Q$ si et seulement si $\forall i \in \mathbb{N}, \alpha_i = \beta_i$
10. Rappeler les formules de $deg(PQ)$, $deg(P + Q)$ et $deg(P')$ et montrer que si $PQ = 0$ alors $P = 0$ ou $Q = 0$.
11. Rappeler la formule du produit de deux polynômes puis montrer l'identité de Vandermonde : $\binom{n+m}{k} = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i}\binom{m}{k-i}$

Remarque. Note aux colleurs : pas d'exercice sur les polynômes. Dans le programme de BCPST, les polynômes sont assimilés aux fonctions polynômiales.