# Semaine du 18 février au 23 février

## 1 Mots-clés

**Convergence des suites réelles** Limite d'une suite, suites extraites d'indice pairs et impairs, nature d'une suite, opérations sur les limites, théorème de la limite monotone, théorème des suites adjacentes, équivalents de suites, suites négligeables, étude de suites.

**Géométrie** points, vecteurs, norme, direction, sens, colinéarité, produit scalaire dans le plan ou l'espace, repère, représentation paramétrique d'une droite, équation cartésienne d'une droite, équation d'un cercle, projection orthogonale, déterminant, barycentre.

**Probabilités** Univers, événements, expérience aléatoire, système complet d'événements, probabilités, probabilité uniforme, probabilité conditionnelle, indépendance, formule des probabilité totale, probabilité d'une intersection, formule des probabilités composées, formule de Bayes.

## 2 Savoir-faire

1. Déterminer la nature d'une suite.
2. Déterminer un équivalent d'une suite.
3. Déterminer la limite d'une suite.
4. Étudier une suite (monotonie, caractère bornée, limite).
5. Déterminer une représentation paramétrique d'une droite.
6. Déterminer une représentation cartésienne d'une droite.
7. Déterminer une équation de cercle.
8. Montrer qu'une famille de deux vecteurs est libre.
9. Déterminer les coordonnées d'un barycentre.
10. Construire un univers associé à une expérience aléatoire.
11. Calculer des probabilités à l'aide d'une partition d'un univers.
12. Calculer des probabilités à l'aide des formules des probabilités composées, de la formule de Bayes.
13. Montrer que deux événements sont indépendants.

## 3 Questions de cours

1. Montrer que $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ est l'équation d'un cercle si...
2. Montrer que $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est orthonormé direct si et seulement s'il existe $\theta \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{u} = \cos(\theta)\overrightarrow{i} + \sin(\theta)\overrightarrow{j}$ et $v = -\sin(\theta)\overrightarrow{i} + \cos(\theta)\overrightarrow{j}$.
3. Montrer que si $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est orthonormé alors $(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$ est libre.
4. Montrer que $\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{v} = ||\overrightarrow{u}||||\overrightarrow{v}|| \cos((u, v))$.
5. Montrer que $(\alpha\overrightarrow{u} + \overrightarrow{v}) \cdot \overrightarrow{w} = \alpha\overrightarrow{u} \cdot \overrightarrow{w} + \overrightarrow{v} \cdot \overrightarrow{w}$.
6. Montrer que le barycentre d'une famille de points pondérés $\sum \alpha_i \neq 0$ existe et est unique.
7. Montrer que $P(\overline{A}) = 1 - P(A)$.
8. Montrer que $P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap \overline{B})$.
9. Montrer que $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
10. Montrer que si les événements $(A_i)_{1 \leq i \leq n}$ sont deux à deux compatibles alors $P(\cup A_i) = \sum P(A_i)$.
11. Soit $\Omega = \{\omega_1, \cdots, \omega_n\}$ un univers fini de cardinal $n$ soit $p_1, p_2, \cdots, p_n$ des réels positifs tels que $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$. Montrer qu'il existe une unique probabilité telle que
$$\forall i \in \{1, \cdots, n\}, P(\{\omega_i\}) = p_i.$$

*Remarque.* Note aux colleurs : pas d'exercice de probabilités.