Semaine du 23 au 29 septembre

1 Mots-clés

Logique : assertion, logique, tables de vérités, connecteur logique. Ou, Et, Non, implication, contraposée, réciproque, distributivité, lois de Morgan.

Ensembles : appartenance, inclusion, union, intersection, lois de Morgan, ensemble des parties, complémentaire.

Quantificateurs : quantificateur existentiel, universel, négation de propositions quantifiées.

Entiers : Principe de récurrence.

Réels : Ensemble des réels, ordre total, majorant, minorant, borne supérieure, borne inférieure, équations, inéquations, valeur absolue, inégalité triangulaire, puissance, racine carrée.

2 Savoir-faire

1. Traduire une proposition écrite en langage courant en expression mathématique.
2. Passer d'une expression écrite en langage mathématique en langage courant.
3. Démontrer l'inclusion, l'égalité de deux ensembles.
4. Démontrer une implication ou sa contraposée.
5. Prouver des équivalences de propositions logiques avec les tables de vérité.
6. Démontrer une proposition par récurrence.
7. Résoudre des équations et des inéquations.

3 Questions de cours

1. Rappeler les tables de vérité du **et**, du **ou** du **non**, du $\Longrightarrow$
2. Démontrer à l'aide des tables de vérité les lois de De Morgan.
3. Démontrer à l'aide des tables de vérité la distributivité du **Et** sur le **Ou**.
4. Démontrer que pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, $n(n+1)$ est pair.
5. Démontrer qu'il existe une unique fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ à la fois paire et impaire.
6. Démontrer que toute suite croissante et majorée est bornée.
7. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
8. Démontrer que pour toute partie A de $\mathbb{R}$ on a :
$$\big(\exists (m, M) \in \mathbb{R}^2, \forall a \in A, (m \leq a \leq M)\big) \iff (\exists M \in \mathbb{R}, \forall a \in A, |a| \leq M)$$
9. Montrer l'unicité d'une borne supérieure.
10. Démontrer que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, |x + | \leq |x| + |y|$
11. Démontrer l'autre inégalité triangulaire à l'aide de la première.
12. Montrer que $x \in [a - \epsilon, a + \epsilon] \Leftrightarrow |x - a| \leq \epsilon$.