Semaine du 14 au 20 octobre

1 Mots-clés

Trigonométrie : Fonctions $\cos, \sin, \tan, \arccos, \arcsin, \arctan$. Linéarisation, formules $\cos(a + b), \sin(a + b), \cos(2a), \sin(2a)$. Équations trigonométriques, écriture $A\cos(\theta + \phi)$. Formule de Moivre, formules d'Euler. Valeurs remarquables de $\sin, \cos$.

Sommes et produits : Notation $\sum$, sommes télescopiques, changements d'indices, linéarité, sommes doubles, notation $\prod$, multiplicativité du produit, somme des premiers termes d'une suite géométrique, somme des premiers carrés, somme des premiers entiers, coefficients binomiaux, propriétés des coefficients binomiaux (formule du pion, symétrie, triangle de Pascal), formule du binôme de Newton.

2 Savoir-faire

1. Résoudre des équations, inéquations trigonométriques simples.
2. Linéariser un polynôme trigonométrique.
3. Changer une expression sous la forme $a\cos(\theta) + b\sin(\theta)$ en $r\cos(\theta + \phi)$
4. Écrire $\cos(n\theta)$ ou $\sin(n\theta)$ sous la forme d'un polynôme trigonométrique.
5. Calculer des sommes simples, doubles.
6. Simplifier l'écriture d'un produit à l'aide de factorielles.
7. Utiliser les différentes propriétés des coefficients binomiaux pour simplifier une expression.

3 Questions de cours

1. Montrer que pour tout a, b, θ des réels il existe $R \in \mathbb{R}, \phi \in \mathbb{R}$ tels que $a\cos(\theta) + b\sin(\theta) = R\cos(\theta + \phi)$.
2. Montrer que pour tout $(\theta, \theta') \in \mathbb{R}^2, \cos(\theta + \theta') = \dots$
3. Rappeler les formules de $\cos(2\theta), \sin(2\theta)$ et les démontrer.
4. Représenter sur un dessin d'un cercle trigonométrique $\theta, \cos(\theta), \sin(\theta), \tan(\theta)$.
5. Représenter sur un dessin d'un cercle trigonométrique $c \in [-1, 1], \arccos(c), \arcsin(c), \arctan(c)$.
6. Démontrer que $\sum_{k=0}^{n} u_k = \sum_{k=0}^{n} u_{n-k}$, puis en déduire que $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
7. Démontrer que $\sum_{k=m}^{n-1}(u_{k+1} - u_k) = u_n - u_m$, puis en déduire que $\forall q \neq 1, \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.
8. Démontrer la formule du triangle de Pascal.
9. Démontrer la formule du pion.
10. Démontrer la formule du binôme de Newton.