Semaine du 4 au 10 novembre

1 Mots-clés

Applications : définitions applications, fonctions, injections, surjections, bijections, image d'une partie, image réciproque d'une partie, composition des applications et ses propriétés, applications réciproques.

Sommes et produits : Notation $\sum$, sommes télescopiques, changements d'indices, linéarité, sommes doubles, notation $\prod$, multiplicativité du produit, somme des premiers termes d'une suite géométrique, somme des premiers carrés, somme des premiers entiers, coefficients binomiaux, propriétés des coefficients binomiaux (formule du pion, symétrie, triangle de Pascal), formule du binôme de Newton.

2 Savoir-faire

1. Calculer des sommes simples, doubles.
2. Simplifier l'écriture d'un produit à l'aide de factorielles.
3. Utiliser les différentes propriétés des coefficients binomiaux pour simplifier une expression.
4. Montrer qu'une application est injective ou surjective ou bijective.
5. Déterminer l'application réciproque d'une application bijective.
6. Déterminer l'image, l'image réciproque par f d'une partie donnée.

3 Questions de cours

1. Démontrer que $\sum_{k=0}^{n} u_k = \sum_{k=0}^{n} u_{n-k}$, puis en déduire que $\sum_{k=0}^{n} k = \frac{n(n+1)}{2}$
2. Démontrer que $\sum_{k=m}^{n-1}(u_{k+1} - u_k) = u_n - u_m$, puis en déduire que $\forall q \neq 1, \sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.
3. Démontrer la formule du triangle de Pascal.
4. Démontrer la formule du pion.
5. Démontrer la formule du binôme de Newton.
6. Montrer que si f est bijective alors f admet une réciproque.
7. Montre que si f admet une réciproque, alors f est bijective.
8. Montrer que si f, g bijective alors $g \circ f$ est bijective et $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.
9. Montrer que la composition est une opération associative.