Semaine du 25 novembre au 1 décembre

1 Mots-clés

Dénombrement : Ensembles finis. Cardinal d'une union, partition d'un ensemble, cardinal d'un produit cartésien, cardinal de l'ensemble des p-listes de E, cardinal de l'ensemble des p-listes sans répétition de E, cardinal de l'ensemble des parties de E, cardinal de l'ensemble des p-combinaisons de E.

Fonctions usuelles : Fonctions puissances, fonctions exponentielles, fonctions logarithmes, fonctions trigonométriques, fonctions trigonométriques inverses, valeur absolue, partie entière, fonctions paires, impaires, majorées, minorées, bornées, croissantes, décroissantes, monotones, périodiques.

2 Savoir-faire

1. Déterminer le cardinal d'un ensemble fini en reconnaissant une situation correspondant à un cas usuel.
2. Déterminer le cardinal d'un ensemble fini à l'aide d'une partition de l'ensemble.
3. Déterminer le cardinal d'un ensemble fini à l'aide d'une bijection.
4. Déterminer le cardinal d'un ensemble fini par une énumération exhaustive.
5. Étudier les variations d'une fonction d'une variable réelle.
6. Montrer qu'une fonction est paire, impaire, majorée, minorée.

3 Questions de cours

1. Rappeler et démontrer la formule du cardinal de F^E. (Seul le cas particulier : $F = \{1, 2, \ldots, n\}, E = \{1, 2, \ldots, p\}$ a été traité)
2. Rappeler le cardinal de $E \cup F$ et montrer que $\text{card}(E \cup F) = \text{card}(E) + \text{card}(F) - \text{card}(E \cap F)$.
3. Rappeler et démontrer la formule du cardinal de $P(E)$.
4. On suppose que $E \subset F$. Montrer que $E = F \iff \text{card}(E) = \text{card}(F)$.
5. Rappeler la définition d'une partition, la formule du cardinal de $E \times F$, le nombre de $p-$listes de E, le nombre de $p-$ listes de E sans répétition, le nombre de $p-$combinaisons de E. (Pas de démonstration)
6. Montrer que pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^{+\star}, \ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$.
7. Montrer que $\forall (a, b) \in \mathbb{R}^2, \exp(a + b) = \exp(a)\exp(b)$.
8. Rappeler la définition de a^b où $a > 0, b \in \mathbb{R}$ et montrer que pour tout $a > 0, b \in \mathbb{R}, c \in \mathbb{R}, a^{b+c} = a^b a^c$
9. Tracer les graphes des fonctions suivantes : $\sin, \arcsin, \cos, \arccos, \tan, \arctan$ puis rappeler les dérivées des fonctions $\sin, \cos, \tan, \arctan$.
10. Montrer que pour tout $\alpha > 0$, $\lim_{x \to +\infty} \frac{\ln(x)}{x^\alpha}$ (on admet que $\forall x > 0, \frac{\ln(x)}{x} \leq 1$)
11. Rappeler les définitions des fonctions exponentielles en base $a > 0$ et les définitions des fonctions puissances. Dans le cas des fonctions puissances, tracer l'allure des différents graphes suivant la valeur de l'exposant.

Remarque. Note aux colleurs : Les dérivées des fonctions arcsin et arccos ne sont pas au programme de BCPST. Les étudiants n'ont pas encore vu les formules générales de dérivation ($(f \circ g)', (f^{-1})'$).