

TD 3 mathématiques

BCPST 1 2017-2018

Réels, équations, inéquations

Exercice 1. Résoudre les équations suivantes dans \mathbb{R} :

1. $\sqrt{1-3x} = |x+2|$;
2. $|x+1| + |2x-1| = 3$;
3. $x = 1 + \sqrt{x^2-2}$;
4. $x|x| = 4x-1$;
5. $x + 2|x| = \frac{1}{x}$;
6. $x-3 = \sqrt{x+5}$.

Exercice 2. Résoudre les inéquations réelles suivantes :

1. $(2x+3)(4-x) < (4-x)(x+3)$;
2. $\frac{4x^2-15x-3}{2x^2-5x-3} \geq 1$;
3. $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{4x-1}$;
4. $|x^2-6x+4| \leq 1$;
5. $|3x-5| \geq |2x+3|$;
6. $\sqrt{|x+2|} \leq |x-10|$.

Exercice 3. On considère un système de la forme

$$\begin{cases} x+y = S \\ xy = P. \end{cases}$$

1. Montrer que le système est équivalent au système suivant :

$$\begin{cases} x+y = S \\ x^2-Sx+P = 0 \end{cases}$$

2. En déduire le résultat énoncé en cours.
3. Résoudre le système

$$\begin{cases} x+y = 4 \\ xy = -1 \end{cases}$$

Exercice 4. Autour de la partie entière.

1. Soient x et y des réels. Comparer $[x] + [y]$ à $[x+y]$.
2. Soit $n \in \mathbb{N}$. Montrer que

$$\lfloor \frac{n}{3} \rfloor + \lfloor \frac{n+2}{6} \rfloor + \lfloor \frac{n+4}{6} \rfloor = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + \lfloor \frac{n+3}{6} \rfloor$$

Exercice 5. Étudier l'équation d'inconnue $x \in \mathbb{R}$ en fonction du paramètre réel a :

$$x - a = \sqrt{x(2x-1)}.$$