

# TD 5 mathématiques

BCPST 1 2019-2020

## Trigonométrie

---

### Points abordés

- Trigonométrie.
  - Inéquations.
  - Équations.
- 

**Exercice 1.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations ou inéquations d'inconnue réelle  $x$  suivantes :

1.  $\sqrt{1 + \frac{1}{2} \sin(x)} < \cos(x)$ ;    2.  $\cos(x) + \sin(x) = \sqrt{\frac{1}{2}}$ ;    3.  $\cos(2x) - \sqrt{3} \sin(x) = 1$ ;    4.  $\tan(x + \frac{\pi}{4}) > -1$ .

**Exercice 2.** Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Linéariser les expressions suivantes :

1.  $\cos(3x) \sin(2x)$     2.  $\cos(2x)^3$     3.  $\sin(x)^4$

**Exercice 3.** Soit  $\theta \in ]-\pi, \pi[$ . Montrer que :

1.  $\cos(\theta) = \frac{1 - \tan(\frac{\theta}{2})^2}{1 + \tan(\frac{\theta}{2})^2}$     2.  $\sin(\theta) = \frac{2 \tan(\frac{\theta}{2})}{1 + \tan(\frac{\theta}{2})^2}$

**Exercice 4.** Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\cos(n\theta) = \frac{1}{2}$

**Exercice 5.** Montrer que pour tout  $n \in \mathbb{N}$  et tout  $\theta \in \mathbb{R}$  :

$$\cos(n\theta) + i \sin(n\theta) = (\cos(\theta) + i \sin(\theta))^n .$$

**Exercice 6.**    1. Soit  $x \in \mathbb{R}$ . Exprimer  $\cos(5x)$  en fonction de  $\cos(x)$ .

2. Montrer que  $P(X) = 16X^5 - 20X^2 + 5X + 1$  peut se factoriser sous la forme  $(X + 1)(4X^2 + bX + c)^2$  avec  $b, c$  des réels à déterminer.

3. En déduire la valeur de  $\cos(\frac{\pi}{5})$ .