

TD 6 Sommes, produits

BCPST 1 2019-2020

V.Vong

Resultats 1. Exo 1 :

1. $R_n = (\frac{15}{7})^n$; 2. $S_n = \frac{1-(-1)^{n+1}}{2}$; 3. $T_n = (n^2 + 1)(n^2 - 1)$.

Resultats 2. Exo 2 :

1. $T_n = (n + 1)^2, U_n = n(n + 1)$.
2. $S_n = U_{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} - T_{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor}$.
3. Si $n = 2p, S_n = p$, si $n = 2p + 1, S_n = -(p + 1)$. D'où $S_n = (-1)^n \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor$.
4. $S_n = (-1)^n \lfloor \frac{n+1}{2} \rfloor (2 \lfloor \frac{n}{2} \rfloor + 1)$

Resultats 3. Exo 3 :

1. $S_n = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ 2. Montrer que $S_n = 2W_n - \sum_{k=1}^n k^2$. 3. $W_n = \frac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{24}$.

Resultats 4. Exo 4 : $b = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n}{2} \rfloor} \binom{n}{2k} 2^k, a = \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{n-1}{2} \rfloor} \binom{n}{2k+1} 2^k$

Resultats 5. Exo5 :

1. $U_n = \frac{n(n-1)(n+1)}{3}$ 2. $V_n = \frac{n(n+1)}{4}$.

Resultats 6. Exo 6 :

1. ...
2. $\sum_{k=1}^n k 2^k = (n - 1)2^{n+1} + 2$
3. $\sum_{k=1}^n k x^k = \frac{(n(x-1)-1)x^{n+1}+x}{(1-x)^2}$

Resultats 7. Exo 7 :

1. Montrer par récurrence sur n la propriété $P(n) : \forall p \geq 1, \sum_{i=0}^n \binom{p-1+i}{i} = \binom{n+p}{p}$.
2. $(p - 1)! \binom{n+p}{p}$

Resultats 8. Exo 8 :

1. $\frac{1}{4^n} \binom{2n}{n} (2n + 1)!$
2. $x^{n^2(n+1)}$