Chapitre 12
Calculs de dérivées et d'intégrales

Dérivées usuelles

Dérivée des fonctions par rapport à $x \in \mathbb{R}$:

Fonction	Dérivée	Domaine	Commentaire
constante	0	$\mathbb{R}$	
x	1	$\mathbb{R}$	
x^n $(n \in \mathbb{N}^*)$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$	vrai si $n \notin \mathbb{N}^* \ldots$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0, +\infty[$	x^n avec $n = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{x^n}$ $(n \in \mathbb{N}^*)$	$-\frac{n}{x^{n+1}}$	$\mathbb{R} \setminus \{0\}$	$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$
$\exp(x)$	$\exp(x)$	$\mathbb{R}$	
$\ln(x)$	$\frac{1}{x}$	$]0, +\infty[$	
a^x $(a > 0)$	$\ln(a)a^x$	$\mathbb{R}$	$a^x = \exp(x \ln(a))$
x^α $(\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z})$	$\alpha x^{\alpha-1}$	$]0, +\infty[$	$x^\alpha = \exp(\alpha \ln(x))$
$\sin(x)$	$\cos(x)$	$\mathbb{R}$	
$\cos(x)$	$-\sin(x)$	$\mathbb{R}$	
$\tan(x)$	$1 + \tan^2(x)$	$\mathbb{R} \setminus \{\frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$	$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$
$\arcsin(x)$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1, 1[$	$\sin^{-1}$
$\arccos(x)$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$]-1, 1[$	$\cos^{-1}$
$\arctan(x)$	$\frac{1}{1+x^2}$	$\mathbb{R}$	$\tan^{-1}$

Opérations usuelles sur les dérivées

u, v sont des fonctions réelles dérivables sur $\mathcal{D}_{u'} \subset \mathcal{D}_u$, $\mathcal{D}_{v'} \subset \mathcal{D}_v$

Fonction	Dérivée	Domaine	Commentaire
$u + v$	$u' + v'$	$\mathcal{D}_{u'} \cap \mathcal{D}_{v'}$	
λu $(\lambda \in \mathbb{R})$	$\lambda u'$	$\mathcal{D}_{u'}$	
$u \times v$	$u'v + uv'$	$\mathcal{D}_{u'} \cap \mathcal{D}_{v'}$	
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$	$x \in \mathcal{D}_{u'}$ et $u(x) \neq 0$	
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$	$x \in \mathcal{D}_{u'} \cap \mathcal{D}_{v'}$ et $v(x) \neq 0$	$u \times \frac{1}{v}$
$u \circ v$	$v' \times (u' \circ v)$	$x \in \mathcal{D}_{v'}$ et $v(x) \in \mathcal{D}_{u'}$	
u^{-1}	$\frac{1}{u' \circ u^{-1}}$	$u^{-1}(x) \in \mathcal{D}_{u'}$ et $u'(u^{-1}(x)) \neq 0$	dériver $u \circ u^{-1} = \mathrm{id}$
u^n	$n \times u' \times u^{n-1}$	$\mathcal{D}_{u'}$	$(x \mapsto x^n) \circ u$
$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$x \in \mathcal{D}_{u'}$ et $u(x) > 0$	$(x \mapsto \sqrt{x}) \circ u$
$\exp(u)$	$u' \exp(u)$	$\mathcal{D}_{u'}$	$\exp \circ u$
$\ln(u)$	$\frac{u'}{u}$	$x \in \mathcal{D}_{u'}$ et $u(x) > 0$	$\ln \circ u$
$\arctan(u)$	$\frac{u'}{1+u^2}$	$\mathcal{D}_{u'}$	$\arctan \circ u$

Primitives usuelles

Fonction	**<u>Une</u> primitive**	**Domaine**	**Commentaire**
constante a	ax	$\mathbb{R}$	
x	$\frac{x^2}{2}$	$\mathbb{R}$	
x^n $(n \in \mathbb{N})$	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$	$\mathbb{R}$	vrai si $n \notin \mathbb{N}^*\dots$
$\frac{1}{x^n}$ $(n > 2)$	$-\frac{1}{(n-1)x^{n-1}}$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	
$\frac{1}{x}$	$\ln\lvert x\rvert$	$]-\infty, 0[$ ou $]0, +\infty[$	
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$	$]0, +\infty[$	
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$	$[0, +\infty[$	x^n avec $n = \frac{1}{2}$
$\exp(x)$	$\exp(x)$	$\mathbb{R}$	
$\ln(x)$	$x\ln(x) - x$	$]0, +\infty[$	IPP $1 \times \ln(x)$
a^x $(a > 0)$	$\frac{1}{\ln(a)}a^x$	$\mathbb{R}$	$a^x = \exp(x\ln(a))$
x^α $(\alpha \in \mathbb{R} \setminus \{-1\})$	$\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}$	$]0, +\infty[$	$x^\alpha = \exp(\alpha\ln(x))$
$\sin(x)$	$-\cos(x)$	$\mathbb{R}$	
$\cos(x)$	$\sin(x)$	$\mathbb{R}$	
$\tan(x)$	$-\ln\lvert\cos(x)\rvert$	$]-\frac{\pi}{2} + k\pi, \frac{\pi}{2} + k\pi[$, $k \in \mathbb{Z}$	$-\frac{u'}{u}$ avec $u = \cos$
$\frac{1}{1+x^2}$	$\arctan(x)$	$\mathbb{R}$	