

Programme de colle 1

19 au 23 septembre 2022

Notions

- Assertions : définition, construction avec et, ou, non (associativité, distributivité, lois de Morgan), implication (contraposée, transitivité), équivalence.
- Ensembles : appartenance, partie, ensemble des parties (transitivité et anti-symétrie de l'inclusion), constructions avec union, intersection, différence, complémentaire (associativité, distributivité, pour intersection et union, loi de Morgan), produit cartésien, ensembles définis par une propriété ou par un paramétrage.
- Quantificateurs : pour tout, il existe, négation, problème de l'ordre des quantificateurs, *notion de variable libre (un peu à la limite, mais introduit tôt)*.
- Utilisation des notions ci-dessus pour rédiger une démonstration simple.
- Récurrence : principe de récurrence simple ou double.
- Valeur absolue : définition, propriétés élémentaires.

Savoir-faire

- Démontrer une équivalence (notée d'abord \equiv) entre assertions avec une table de vérité.
- Manipuler et comprendre des ensembles, présentés sous des formes variées (en listant les éléments, par une propriété ou un paramétrage, les produits cartésiens).
- Lire une assertion avec ou ou deux quantificateurs, comprendre le problème de l'ordre des quantificateurs.
- Écrire la négation d'une assertion quantifiée.
- Utiliser les notions de logique ci-dessus pour rédiger une petite démonstration : implication, contraposée, équivalence par équivalences successives ou par implication et réciproque, inclusion ou égalité d'ensembles, quantificateur \forall (notamment disjonction de cas, exemples avec la parité ou avec la valeur absolue), quantificateur \exists (analyse-synthèse, unicité).
- Les exemples centraux tournent autour des équations (polynômes, fractions, systèmes), des entiers pairs ou impairs (*notion d'irrationalité : pas la peine d'insister*), des suites réelles, des relations d'ordre et de la valeur absolue.
- *récurrence : la semaine suivante (pas assez d'exercices cette semaine)*

Questions de cours

- Énoncer les distributivités de *ou* et *et* sur les assertions, en démontrer une avec une table de vérité.
- Énoncer les lois de Morgan sur les assertions, en démontrer une avec une table de vérité.
- Définition de la contraposée d'une implication, montrer qu'une implication est équivalente à sa contraposée avec une table de vérité.
- Distributivité de l'union et de l'intersection, en démontrer l'une des deux (connaissant la distributivité correspondante sur les assertions).
- Lois de Morgan pour les ensembles, en démontrer l'une des deux (connaissant la loi de Morgan correspondante sur les assertions).
- Transitivité et anti-symétrie de l'inclusion, et démonstration.
- Négation des quantificateurs (pas de démonstration faite), donner quelques exemples.
- Propriété de la valeur absolue $|x| \leq M \Leftrightarrow -M \leq x \leq M$