

Programme de colle 12

3 au 6 janvier 2023

Thème : dénombrement et fonctions usuelles.

Notions

- Dénombrement :
 - Cardinal d'un ensemble. Lien avec les applications injectives, bijectives ou surjectives.
 - Cardinaux des constructions habituelles sur les ensembles : union, produit cartésien, ensembles des applications, ensemble des parties.
 - Listes avec ou sans répétition, avec ou sans ordre (coefficients binomiaux).
 - Interprétation combinatoire de quelques formules sur les coefficients binomiaux.
- Fonctions usuelles :
 - Opération sur les fonctions, et leur domaine de définition.
 - Notions de croissance, majoration, extrema.
 - Notions de parité et périodicité.
 - Interprétation graphique des opérations sur les fonctions.
 - Étude et représentation graphique des fonctions usuelles : $x \mapsto x^n$ ($n \in \mathbb{Z}$), $x \mapsto x^{1/n}$ ($n = 2, 3$ au programme officiel), exponentielle, logarithme, $x \mapsto x^\alpha$ ($\alpha \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Z}$), $x \mapsto a^x$ ($a > 0$), fonctions trigonométriques et leurs réciproque, valeur absolue et partie entière.

Savoir-faire

- Dénombrer dans de nombreuses situations concrètes (groupes de personnes, cartes et dés, anagrammes, ...) Faire le lien avec les constructions sur les ensembles (type de situation produit cartésien, listes avec ou sans répétition...). Expliquer le raisonnement à l'oral (*ce type d'exercice passe beaucoup mieux en colle, car on évite de rédiger trop formellement*).
- Utiliser le dénombrement en mathématiques, interpréter ou démontrer des formules par le dénombrement.
- Connaître les fonctions usuelles et leurs propriétés.
- Étudier des fonctions : déterminer l'ensemble de définition, tracer le tableau de variations, tracer la représentation graphique, utiliser le tableau de variations.
- Utiliser la parité et la périodicité pour réduire l'ensemble d'étude.

Questions de cours

- Formule $\text{Card}(E \cup F) = \text{Card}(E) + \text{Card}(F) - \text{Card}(E \cap F)$ (en admettant le cas $E \cap F = \emptyset$)
- Cardinal de l'ensemble de (toutes) les parties de E , via les fonctions indicatrices.
- Cardinal du produit cartésien $\llbracket 1, n \rrbracket \times \llbracket 1, m \rrbracket$.
- Sens de variation de la fonction réciproque.
- La réciproque d'une fonction impaire est impaire.