

Programme de colle 14

16 au 20 janvier 2023

Thème : systèmes linéaires ; calculs de dérivées et de primitives (à combiner avec les fonctions usuelles)

Notions

- Systèmes linéaires :
 - Définitions générales : systèmes linéaires, inconnues, coefficients, second membre, système homogène, système (in)-compatible.
 - Équivalence de systèmes linéaires, les 3 opérations élémentaires sur les lignes.
 - Algorithme du pivot de Gauss, mise sous forme échelonnée. Étude et résolution d'un système échelonné.
 - Rang d'un système linéaire. Interprétation en tant que nombre d'équations indépendantes du système. Conditions de compatibilité, inconnues principales et auxiliaires, système de Cramer.
- Calculs de dérivées et de primitives :
 - Notion de dérivée, calcul de quelques dérivées à partir de la définition $(x, \frac{1}{x}, x^n, \sqrt{x})$.
 - Dérivée d'une composée et de la fonction réciproque (exemples traités : arcsin, arccos, arctan).
 - Notion de fonction de deux variables (aucun détail technique), dérivées partielles.
 - Primitives : définition, unicité à une constante près, calculs de primitives.
 - *(pas du tout de notion d'intégrale, ni de relation entre primitive et intégrale)*

Savoir-faire

- Systèmes linéaires :
 - Appliquer l'algorithme du pivot de Gauss, mettre un système sous forme échelonnée.
 - Étudier un système échelonné, conditions de compatibilité, inconnues principales et auxiliaires.
 - Donner le rang d'un système linéaire, donner le nombre de solutions (zéro, une seule, une infinité) à partir de la forme échelonnée.
 - Sources d'applications : polynômes ; applications linéaires (*sans ce vocabulaire bien entendu*) ; systèmes à paramètres (*type équation aux valeurs propres, idem sans ce vocabulaire*) ; géométrie en dimension 2 et 3.
- Calculs de dérivées et de primitives :
 - Dériver des fonctions en utilisant les fonctions usuelles et les opérations usuelles (y compris la composition et la réciproque), déterminer l'ensemble de dérivabilité.
 - Utiliser la dérivée pour démontrer diverses relations (fait : $\arcsin(x) + \arccos(x) = \frac{\pi}{2}$, ainsi que les questions de cours ci-dessous).
 - Calculer des dérivées partielles.
 - Calculer des primitives en utilisant uniquement les règles qui se déduisent facilement de celles pour les dérivées (*pas d'intégration par partie ni de changement de variable*).

Questions de cours

- Les opérations élémentaires transforment un système linéaire en un système équivalent.
- Dérivée de $\arcsin(x)$, ou $\arccos(x)$, ou $\arctan(x)$, avec démonstration.
- Démontrer que $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, \exp(x + y) = \exp(x) \times \exp(y)$ en dérivant.
- Démontrer que $\forall (x, y) \in (]0, +\infty[)^2, \ln(x \times y) = \ln(x) + \ln(y)$ en dérivant.
- Deux primitives diffèrent par une constante.