

Programme de colle 17

6 au 10 février 2023

Thème : 100 % matrices.

Notions

- Notion de matrice, somme, produit, calculs sur les matrices.
- Matrices particulières : identité, diagonales, triangulaires.
- Puissances de matrices, formule du binôme de Newton.
- Lien avec les systèmes linéaires : opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, rang.
- Inverse d'une matrice, caractérisation et calculs dans $GL_n(\mathbb{R})$.
- Matrices 2×2 et déterminant.
- Transposée d'une matrice.

Savoir-faire

- Calculer avec des sommes et des multiplications de matrices.
- Raisonner avec des matrices de diverses formes (diagonales, triangulaires...) et de taille quelconque.
- Calculer des puissances de matrices, notamment en conjecturant le résultat et en le démontrant par récurrence, ou en utilisant la formule du binôme de Newton.
- Appliquer des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice, échelonner une matrice, calculer le rang.
- Inverser des matrices, calculer avec des inverses de matrices. Caractériser les matrices inversibles.
- Raisonner avec des matrices 2×2 et avec leur déterminant.
- Transposer des matrices, calculer avec les transposées.

Questions de cours

- Distributivité (à gauche ou à droite) du produit de matrices sur la somme.
- Associativité du produit de matrices.
- Le produit de matrices diagonales est encore diagonale et les coefficients diagonaux se multiplient entre eux.
- Le produit de matrices triangulaires supérieures est encore triangulaire supérieur et les coefficients diagonaux se multiplient entre eux.
- Une matrice 2×2 est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul.
- Inverse : si A, B sont inversibles alors AB aussi et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Transposée : ${}^t(AB) = {}^tB{}^tA$.