

# Programme de colle 18

## 13 au 17 février 2023

### Notions

- Matrices :
  - Lien avec les systèmes linéaires : opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, rang.
  - Inverse d'une matrice, caractérisation et calculs dans  $GL_n(\mathbb{R})$ .
  - Matrices  $2 \times 2$  et déterminant.
  - Transposée d'une matrice.
- Équations différentielles :
  - Équations différentielles linéaires d'ordre 1, à coefficients constants ou non, homogènes ou non.
  - Équations différentielles linéaires d'ordre 2, à coefficients constants, homogènes ou non.

### Savoir-faire

- Matrices :
  - Appliquer des opérations élémentaires sur les lignes d'une matrice, échelonner une matrice, calculer le rang.
  - Inverser des matrices, calculer avec des inverses de matrices. Caractériser les matrices inversibles.
  - Raisonner avec des matrices  $2 \times 2$  et avec leur déterminant.
  - Transposer des matrices, calculer avec les transposées.
- Équations différentielles :
  - Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 homogènes, à coefficients constants ou non, avec conditions initiales ou non.
  - Déterminer une solution particulière sous forme donnée.
  - *Pas de méthode de variation de la constante cette semaine.*
  - Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes, à coefficients constants, avec conditions initiales ou non.
  - Déterminer une solution particulière sous forme donnée.

### Questions de cours

- Une matrice  $2 \times 2$  est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul.
- Inverse : si  $A, B$  sont des matrices inversibles alors  $AB$  aussi et  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .
- Transposée :  ${}^t(AB) = {}^tB{}^tA$ .
- Les solutions de l'équation différentielle  $y' = a(t)y$  sur  $I$  sont exactement les  $Ce^{A(t)}$ ,  $C \in \mathbb{R}$ , où  $A$  est une primitive de  $a$  sur  $I$ .
- Principe de superposition pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1.
- Linéarité pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2.
- Principe de superposition pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2.
- Équations caractéristiques à l'ordre 2 : pour  $r \in \mathbb{R}$ ,  $y(t) = e^{rt}$  vérifie  $ay'' + by' + cy = 0$  si et seulement si  $ar^2 + br + c = 0$ .