Programme de colle 19
6 au 10 mars 2023

Notions

- Équations différentielles :
  - Équations différentielles linéaires d'ordre 1, à coefficients constants ou non, homogènes ou non.
  - Équations différentielles linéaires d'ordre 2, à coefficients constants, homogènes ou non.
- Limites de suites :
  - Définition formelle de limite dans $\overline{\mathbb{R}}$ et utilisation de la définition. Unicité de la limite.
  - Suites extraites de rangs pairs et impairs.
  - Passage de la limite aux inégalités.
  - Théorème d'encadrement des gendarmes.
  - Théorème de la limite monotone.

Savoir-faire

- Équations différentielles :
  - Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 homogènes, à coefficients constants ou non, avec conditions initiales ou non.
  - Déterminer une solution particulière sous forme donnée.
  - Déterminer une solution particulière avec la méthode de variation de la constante (après avoir résolu l'équation homogène ; guidé).
  - Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 2 homogènes, à coefficients constants, avec conditions initiales ou non.
  - Déterminer une solution particulière sous forme donnée.
- Limites de suites :
  - Démontrer des petites propriétés en utilisant la définition formelle de limite.
  - Montrer qu'une suite a une limite en utilisant les théorèmes d'encadrement des gendarmes.
  - Montrer qu'une suite a une limite en utilisant le théorème de la limite monotone.
  - Montrer qu'une suite n'a pas de limite, en utilisant par exemple les suites extraites de rangs pairs et impairs.
  - *Les opérations sur les limites n'ont pas encore été traitées ; cependant dans les cas simples elles sont bien connues...*
  - *Le théorème des suites adjacentes a été démontré, mais n'a pas encore été appliqué.*

Questions de cours

- Les solutions de l'équation différentielle $y' = a(t)y$ sur I sont exactement les $Ce^{A(t)}$, $C \in \mathbb{R}$, où A est une primitive de a sur I.
- Principe de superposition pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1.
- Linéarité pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2.
- Principe de superposition pour les équations différentielles linéaires d'ordre 2.
- Équations caractéristiques à l'ordre 2 : pour $r \in \mathbb{R}$, $y(t) = e^{rt}$ vérifie $ay''+by'+cy = 0$ si et seulement si $ar^2+br+c = 0$.
- Unicité de la limite (cas de la limite finie).
- Une suite convergente est bornée.
- Passage de la limite aux inégalités : si $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \leqslant v_n$ et si ces deux suites convergent alors $\lim_n u_n \leqslant \lim_n v_n$
- Une suite converge si et seulement si les suites extraites de rang pair et impair convergent vers la même limite.
- Théorème d'encadrement des gendarmes (version limite finie ou bien infinie).
- Théorème de la limite monotone (version limite finie ou bien infinie)