Programme de colle 21
20 au 24 mars 2023

Notions

- Limites de suites
  - Définition formelle de limite dans $\overline{\mathbb{R}}$ et utilisation de la définition. Unicité de la limite. Passage de la limite aux inégalités.
  - Théorème des gendarmes, de la limite monotone, des suites adjacentes, des suites extraites de rang pair et impairs.
  - Opérations sur les suites et les limites.
  - Notation petit o, comparaisons des suites usuelles.
  - Équivalents de suites.
- Polynômes
  - Notion de polynôme, degré, opérations sur les polynômes (somme, produit, composition, dérivation).
  - Racines et racines multiples d'un polynôme.

Savoir-faire

- Limites de suites
  - Démontrer des petites propriétés en utilisant la définition formelle de limite.
  - Montrer qu'une suite a ou n'a pas de limite en utilisant les théorèmes importants du chapitre : gendarmes, limite monotone, suites adjacentes, suites extraites de rang pair ou impair.
  - Étudier une suite définie implicitement comme solution d'une équation $f_n(x) = 0$.
  - Étudier une suite définie par une relation de récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$.
  - Déterminer des limites en utilisant les opérations usuelles sur les suites, la notion de petit o et les comparaisons usuelles de suites, éventuellement en raisonnant avec des équivalents et les équivalents usuels.
- Polynômes
  - Manipuler des polynômes avec des symboles $\sum$, utiliser les opérations usuelles sur les polynômes, raisonner avec le degré.
  - Utiliser le théorème d'identification des coefficients.
  - *Pas de racines multiples cette semaine ni de raisonnements sur la factorisation : on raisonne avant tout avec des sommes et des systèmes linéaires.*

Questions de cours

- Théorème des suites adjacentes.
- Limite de la somme de suites.
- Le produit d'une suite bornée par une suite convergeant vers 0 converge vers 0 ; ou bien, le produit d'une suite tendant vers $+\infty$ par une suite minorée par une constante strictement positive, tend vers $+\infty$.
- Si (u_n) converge vers $\ell > 0$ alors $\frac{1}{u_n}$ est bien définie à partir d'un certain rang et converge vers $\frac{1}{\ell}$.
- Comparaison $\ln(n) = o_{n\to+\infty}(n^\alpha)$ ou bien $n^\alpha = o_{n\to+\infty}(q^n)$ ou bien $q^n = o_{n\to+\infty}(n!)$ ($\alpha > 0$, $q > 1$).
- Unicité des coefficients d'un polynôme.
- α est racine de P si et seulement si P se factorise par $x - \alpha$.
- $\frac{\mathrm{d}^r}{\mathrm{d}x^r} x^k$