

Programme de colle 22

27 au 31 mars 2023

Notions

- Polynômes
 - Notion de polynôme, degré, opérations sur les polynômes (somme, produit, composition, dérivation).
 - Racines et racines multiples d'un polynôme, lien avec les dérivées, lien avec la factorisation.
- Limites de fonctions
 - Définition de $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ pour $x \in \overline{\mathbb{R}}$ et $a \in \overline{\mathbb{R}}$, limites à droite et à gauche.
 - Théorème sur les inégalités analogues à ceux sur les suites : passage aux inégalités, gendarmes, limite monotone.
 - Opérations sur les limites, en se ramenant au cas des suites *via* la caractérisation séquentielle des limites.
 - Limites usuelles et comparaisons de limites.
 - Équivalents.

Savoir-faire

- Polynômes
 - Manipuler des polynômes avec des symboles \sum , utiliser les opérations usuelles sur les polynômes, raisonner avec le degré.
 - Utiliser le théorème d'identification des coefficients, poser des systèmes linéaires.
 - Trouver des racines d'un polynôme et factoriser.
- Limites de fonctions
 - Écrire et comprendre les définitions de limites dans tous les cas (limite finie ou $+\infty$ ou $-\infty$, limite à gauche ou à droite).
 - Utiliser les théorèmes qui sont analogues à ceux vus sur les suites.
 - Utiliser les limites à gauche et à droite pour conclure qu'une fonction a ou n'a pas de limite.
 - Utiliser le théorème de caractérisation séquentielle de la limite.
 - Déterminer des limites en utilisant les opérations usuelles, les limites usuelles et les équivalents.

Questions de cours

Pour les démonstrations des théorèmes sur les limites, on se concentre sur les cas des limites finies en un réel fini : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ avec $a \in \mathbb{R}$, $\ell \in \mathbb{R}$.

- Unicité des coefficients d'un polynôme.
- α est racine de P si et seulement si P se factorise par $x - \alpha$.
- $\frac{d^r}{dx^r} x^k$ (selon $k \geq 0$, $r \geq 0$)
- Unicité de la limite.
- Une fonction a une limite en $a \in \mathbb{R}$ si et seulement si elle a des limites à gauche et à droite en a et qui sont égales.
- Caractérisation séquentielle de la limite.
- Passage de la limite aux inégalités.
- Théorème des gendarmes, petit ou gros.
- Théorème de la limite monotone.