Programme de colle 23
3 au 7 avril 2023

Notions

- Limites de fonctions
  - Définition de $\lim_{x \to a} f(x) = \ell$ pour $x \in \overline{\mathbb{R}}$ et $a \in \overline{\mathbb{R}}$, limites à droite et à gauche.
  - Théorèmes sur les inégalités analogues à ceux sur les suites : passage aux inégalités, gendarmes, limite monotone.
  - Opérations sur les limites, en se ramenant au cas des suites *via* la caractérisation séquentielle des limites.
  - Limites usuelles et comparaisons de limites.
  - Équivalents.
- Probabilités
  - Espaces probabilisés, vocabulaire général des probabilités et des évènements.
  - Probabilités conditionnelles. Formule des probabilités totales. Formule des probabilités composées. Formule de Bayes.
  - Notion d'indépendance.

Savoir-faire

- Limites de fonctions
  - Écrire et comprendre les définitions de limites dans tous les cas (limite finie ou $+\infty$ ou $-\infty$, limite à gauche ou à droite).
  - Utiliser les théorèmes qui sont analogues à ceux vus sur les suites.
  - Utiliser les limites à gauche et à droite pour conclure qu'une fonction a ou n'a pas de limite.
  - Utiliser le théorème de caractérisation séquentielle de la limite pour montrer qu'une suite n'a pas de limite.
  - Déterminer des limites en utilisant les opérations usuelles, les limites usuelles et les équivalents. Donner un équivalent.
  - *Les polynômes peuvent s'utiliser au fur et à mesure, dans des situations concrètes.*
- Probabilités
  - *Peu d'exercices ayant été traités, on se limite cette semaine à des situations concrètes, permettant notamment de réviser le dénombrement. Les probabilités conditionnelles se visualisent bien sur un arbre.*
  - Exprimer un problème dans le vocabulaire des évènements.
  - Calculer des probabilités dans des situations d'équiprobabilité (révision du dénombrement).
  - Calculer des probabilités conditionnelles, notamment dans des situations représentées par un arbre.

Questions de cours

Pour les démonstrations des théorèmes sur les limites, on se concentre sur les cas des limites finies en un réel fini : $\lim_{x \to a} f(x) = \ell$ *avec* $a \in \mathbb{R}$, $\ell \in \mathbb{R}$.

- Unicité de la limite.
- Une fonction a une limite en $a \in \mathbb{R}$ si et seulement si elle a des limites à gauche et à droite en a et qui sont égales.
- Passage de la limite aux inégalités.
- Théorème des gendarmes, petit ou gros.
- Théorème de la limite monotone *(on limite le nombre de cas à traiter).*
- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
- Probabilités conditionnelles : $A \mapsto \mathbb{P}_B(A)$ est une probabilité sur B (citer précisément les hypothèses, les axiomes utilisés et ce qu'il faut démontrer).
- Formule des probabilités totales : $\mathbb{P}(\cup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)$ et en déduire (pour un système complet d'évènements) $\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i \cap B)$.
- Formule des probabilités composées pour n évènements.