Programme de colle 24
10 au 14 avril 2023

Notions

- Probabilités
  - Espaces probabilisés, vocabulaire général des probabilités et des évènements.
  - Probabilités conditionnelles. Formule des probabilités totales. Formule des probabilités composées. Formule de Bayes.
  - Notion d'indépendance.
- Continuité
  - Notion de continuité, continuité des fonctions usuelles.
  - Prolongement de fonctions par continuité.
  - Théorèmes des bornes. Théorème des valeurs intermédiaires. Théorème de la bijection continue.

Savoir-faire

- Probabilités
  - Exprimer un problème dans le vocabulaire des évènements.
  - Calculer des probabilités dans des situations d'équiprobabilité (révision du dénombrement).
  - Calculer avec des probabilités et des probabilités conditionnelles, éventuellement en s'aidant d'un arbre ou de divers modèles.
  - Utiliser la formule de Bayes.
- Continuité
  - Étudier la continuité ou le prolongement par continuité d'une fonction.
  - Appliquer soigneusement le théorème des valeurs intermédiaires ou de la bijection continue.
  - Appliquer manuellement la méthode de dichotomie ou écrire un programme Python de recherche de solution.
  - *On n'insiste pas sur le théorème des bornes et ses applications cette semaine.*

Questions de cours

- $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$.
- Probabilités conditionnelles : $A \mapsto \mathbb{P}_B(A)$ est une probabilité sur B (citer précisément les hypothèses, les axiomes utilisés et ce qu'il faut démontrer).
- Formule des probabilités totales : $\mathbb{P}(\cup_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)$ et en déduire (pour un système complet d'évènements) $\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i \cap B)$.
- Formule des probabilités composées pour n évènements.
- Citer précisément le principe du prolongement par continuité + donner plusieurs exemples classiques.
- Citer précisément le théorème des bornes + donner plusieurs contre-exemples dans lesquels la conclusion est fausse si on enlève une hypothèse.
- Théorème des valeurs intermédiaires (on pourra se restreindre pour la démonstration au cas $f(a) \leqslant 0$, $f(b) \geqslant 0$; on rédige en détail au moins la construction des suites et la conclusion).
- Théorème de la bijection continue (citer précisément, démontrer au moins l'injectivité et la continuité de la réciproque, dans le cas strictement croissant)