Programme de colle 28
29 mai au 2 juin 2023

Notions

- Dérivation
  - Définition de la dérivée à la lumière du chapitre sur les limites, dérivée à gauche et à droite, notion de développement limité à l'ordre 1.
  - Théorème de Rolle, théorème des accroissements finis. Application aux théorèmes connus sur le sens de variation des fonctions.
  - Dérivées supérieures, classes de régularité $\mathcal{C}^n$ et $\mathcal{C}^\infty$ et opérations.
- Intégration
  - Notion de somme de Riemann à gauche ou à droite (méthode des rectangles).
  - Utilisation de la définition par somme de Riemann pour démontrer les théorèmes déjà connus.
- Variables aléatoires
  - Définition d'une variable aléatoire, loi, fonction de répartition.

Savoir-faire

- Dérivation
  - Calculer des limites en utilisant les taux de variations et les développements limités à l'ordre 1.
  - Utiliser les théorèmes de Rolle et des accroissements finis.
  - Démontrer des inégalités en utilisant le théorème des accroissements finis.
  - Calculer des dérivées supérieures, raisonner avec les classes de fonctions $\mathcal{C}^n$ ou $\mathcal{C}^\infty$.
  - Étudier les prolongements des fonctions et de leur dérivées, prolongements $\mathcal{C}^n$.
- Intégration
  - Révisions et approfondissement sur le calcul d'intégrales.
  - Calculer des sommes de Riemann à l'aide d'intégrales.
- Variables aléatoires
  - *Aucun exercice fait ; ce sont des révisions du chapitre probabilités mais dans le vocabulaire des variables aléatoires.*
  - Étudier la loi d'une variable aléatoire.

Questions de cours

- Une fonction est dérivable en a **si et seulement si** elle admet un développement limité à l'ordre 1 en a.
- Dérivée d'un produit, ou d'une composée, en utilisant un développement limité à l'ordre 1.
- Démontrer le théorème de Rolle ou le théorème des accroissements finis.
- Démontrer qu'une fonction f dérivable sur I est croissante **si et seulement si** $\forall x \in I$, $f'(x) \geqslant 0$ *(attention dans le cours, la réciproque n'est pas au même endroit que le sens direct).*
- Montrer par récurrence que le produit, ou la composée, de fonctions $\mathcal{C}^n$ est encore $\mathcal{C}^n$.
- Montrer la linéarité de l'intégrale (pour la somme, ou pour le produit par une constante) en passant par les sommes de Riemann.
- Démontrer la propriété de positivité stricte de l'intégrale.
- Démontrer le théorème fondamental du calcul intégral.
- Pour une variable aléatoire X sur Ω, l'ensemble des $(X = k)$ $(k \in X(\Omega))$ est un système complet d'évènements + corollaire $\mathbb{P}(X \in I) = \sum_{k \in I} \mathbb{P}(X = k)$.