Programme de colle 2
23 au 27 septembre 2024

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 1 : Logique

- Assertions : exemples, constructions avec *et*, *ou*, *non*, lois de Morgan, distributivité, implication, équivalence, contraposée.
- Ensembles : diverses constructions, inclusion, ensemble des parties, union, intersection, différence, complémentaire, leurs propriétés de distributivité et lois de Morgan, produit cartésien, listes.
- Quantificateurs : pour tout, il existe, négation, assertions à plusieurs quantificateurs et problème de l'ordre des quantificateurs.

Chapitre 2 : Méthodes de démonstration

- Démontrer des implications, contraposées, démontrer par l'absurde, équivalences.
- Démontrer des inclusions ou des égalités d'ensembles.
- Démontrer des assertions avec $\forall x$ (dont disjonction de cas), $\exists x$ (dont théorème des valeurs intermédiaires, analyse-synthèse, unicité).
- Récurrence et récurrence double.

Chapitre 3 : Nombres réels

- Propriétés des opérations sur les réels et de l'ordre, valeur absolue, inégalité triangulaire.
- Parties de $\mathbb{R}$, parties majorées, minorées, bornées, maximum, minimum, bornes supérieures et inférieures, cas des intervalles.
- Rappels sur les puissances, négatives ou fractionnaires, et les racines carrées, quantités conjuguées.
- *Pas de partie entière cette semaine.*

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Démontrer une équivalence entre assertions en utilisant une table de vérité.
- Manipuler et comprendre des ensembles sous différentes formes (paramétrés ou par des propriétés, le produit cartésien).
- Lire et comprendre une assertion avec plusieurs quantificateurs, écrire la négation, comprendre le problème de l'ordre.
- Utiliser les notions de logique ci-dessus pour rédiger une petite démonstration : implication, contraposée, équivalence par équivalences successives ou par implication et réciproque, inclusion ou égalité d'ensembles, quantificateur $\forall$ (disjonction de cas), quantificateur $\exists$ (analyse-synthèse, unicité, théorème des valeurs intermédiaires), récurrence ou récurrence double.
- Révisions calcul : équations de degré 2, racines carrées, exponentielle et logarithme, tableaux de signe, valeur absolue.
- Étudier une partie de $\mathbb{R}$ et ses bornes.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Énoncer les lois de Morgan sur les assertions, en démontrer une avec une table de vérité.
- Définition de la contraposée, montrer qu'une implication est équivalente à sa contraposée.
- Énoncer les lois de Morgan pour des ensembles, et en démontrer une.
- Idem avec les distributivités de l'union et de l'intersection.
- Démontrer que pour $x \in \mathbb{R}$, $|x| \leqslant M \iff -M \leqslant x \leqslant M$.
- Démontrer l'inégalité triangulaire (version 1).
- Démontrer par récurrence sur $n \in \mathbb{N}^*$ que $1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.
- Une partie de $\mathbb{R}$ est majorée et minorée si et seulement si elle est majorée en valeur absolue.
- Définition du maximum et du minimum d'une partie de $\mathbb{R}$, démontrer l'unicité.