Programme de colle 5
16 au 20 octobre 2023

Notions

Chapitre 4 : Trigonométrie

- Les fonctions trigonométriques réciproques.
- Résolution d'équations trigonométriques.

Chapitre 5 : Nombres complexes

- Nombres complexes sous forme algébrique. Addition, multiplication, quotient, conjugué, représentation dans le plan complexe, module, résolutions d'équations.
- Nombres complexes sous forme exponentielle. Module, argument, calcul de puissances, calcul de racines carrées, applications à la trigonométrie.

Savoir-faire

- Connaitre les fonctions trigonométriques réciproques. Démontrer de nouvelles identités en raisonnant soigneusement avec les domaines de définitions.
- Résoudre des équations trigonométriques sous toutes leurs formes. Simplifier des expressions $a\cos(\theta) + b\sin(\theta) = r\cos(\theta + \varphi)$.
- Écrire un nombre complexe sous forme algébrique et calculer avec.
- Résoudre des équations avec des nombres complexes.
- Écrire un nombre complexe sous forme exponentielle et calculer avec.
- Calculer des puissances ou des racines carrées de nombres complexes avec la forme exponentielle.
- Linéariser des expressions trigonométriques avec les nombres complexes.

Questions de cours

- Tout nombre complexe s'écrit de façon *unique* $a + bi$, avec $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ (dans la construction « naïve » de $\mathbb{C}$).
- Associativité du produit de nombres complexes (dans la construction comme couples de réels).
- Distributivité du produit sur la somme de nombres complexes (dans la construction comme couples de réels).
- $z \in \mathbb{C}$ est réel si et seulement si $\overline{z} = z$, et imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.
- Conjugué de la somme et du produit de nombres complexes.
- Multiplicativité du module.
- Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
- Solutions de l'équation $az^2 + bz + c = 0$ avec $(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$, $a \neq 0$, $z \in \mathbb{C}$, cas $\Delta < 0$ (démonstration).
- Définir $e^{i\theta}$ et montrer $\left|e^{i\theta}\right| = 1$, $e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha} \times e^{i\beta}$, et $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$.