Programme de colle 6
4 au 8 novembre 2024

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 5 : Nombres complexes

- La conjugaison complexe, le module, leurs propriétés algébriques et les interprétations géométriques.
- Application à la résolution d'équations, notamment du degré 2 à coefficients réels, relation entre coefficients et somme et produit des racines.
- Notation $e^{i\theta}$, nombres complexes sous forme exponentielle, calculs avec ceux-ci, racines carrées d'un nombre complexe.
- Applications à la trigonométrie, formules d'Euler et de Moivre.
- Angle moitié.

Chapitre 6 : Suites

- Quelques notions générales : croissance, majoration, propriété vraie à partir d'un certain rang.
- Suites récurrentes d'ordre 1. Suites arithmétiques, suites géométriques, suites arithmético-géométriques.
- Suites récurrentes linéaires d'ordre 2, dans chacun des trois cas.
- Programmes Python de calcul du terme d'indice n d'une suite ; de la liste des n premiers termes.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Manipuler des nombres complexes sous forme algébrique, utiliser la conjugaison, le module, résoudre des équations dans les complexes.
- Écrire des nombres complexes sous forme exponentielle et calculer avec, calculer des puissances, calculer des racines carrées.
- Application des nombres complexes à la trigonométrie, linéariser, développer. Formule de l'angle moitié.
- Donner une formule pour le terme d'indice n d'une suite arithmétique ou géométrique ou arithmético-géométrique.
- Donner une formule pour le terme d'indice n d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2, dans chacun des trois cas.
- Écrire une fonction Python qui renvoie le terme d'indice n d'une suite donnée, ou bien la liste des n premiers termes.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- $z \in \mathbb{C}$ est réel si et seulement si $\overline{z} = z$, et imaginaire pur si et seulement si $\overline{z} = -z$.
- Pour tout $(z, w) \in \mathbb{C}^2$, $\overline{z + w} = \overline{z} + \overline{w}$ et $\overline{z \times w} = \overline{z} \times \overline{w}$.
- Pour tout $(z, w) \in \mathbb{C}^2$, $|z \times w| = |z| \times |w|$.
- Inégalité triangulaire dans $\mathbb{C}$.
- Propriétés de la notation exponentielle : $\left|e^{i\theta}\right| = 1$, $e^{i(\alpha+\beta)} = e^{i\alpha} \times e^{i\beta}$ et $\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$.
- Terme général d'une suite arithmétique ou géométrique, avec démonstration par récurrence.
- *Suites récurrentes linéaires d'ordre 2 : on note* $(*)$ *la relation de récurrence* $au_{n+2} + bu_{n+1} + cu_n = 0$ *(*$(a, b, c) \in \mathbb{R}^3$*,* $a \neq 0$*). L'important est surtout de connaitre les formes des suites dans chaque cas et de savoir expliquer* ***pourquoi*** *elles vérifient* $(*)$*, pas la réciproque.*
  - Cas $\Delta > 0$: principes de l'équation caractéristique et de linéarité (avec démonstration), en déduire toutes les suites qui vérifient $(*)$.
  - Cas $\Delta < 0$: expliquer comment on trouve toutes les suites qui vérifient $(*)$ exprimées en terme de fonctions trigonométriques réelles.
  - Cas $\Delta = 0$: principe de l'équation caractéristique, et démontrer que si q est l'unique racine de l'équation caractéristique alors $(nq^n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifie aussi $(*)$. En déduire toutes les suites qui vérifient $(*)$.