

Programme de colle 9

27 novembre au 1 décembre 2023

Notions

Chapitre 7 : Sommes et produits

- Calcul de sommes et de produits.
- Coefficients binomiaux, formule du binôme de Newton.
- Programmes Python de calcul de sommes et de produits.

Chapitre 8 : Applications

- Notions générales. Image directe et réciproque. Restriction. Identité. Application caractéristique d'un sous-ensemble.
- Composition d'applications.
- Injectivité, surjectivité, bijectivité.

Savoir-faire

- Calculer des sommes et des produits.
- Calculer des coefficients binomiaux.
- Utiliser la formule du binôme de Newton.
- Écrire un programme Python qui calcule une somme ou un produit.
- Étudier une image directe ou une image réciproque d'une application.
- Composer des applications.
- Étudier l'injectivité et la surjectivité d'une application, dans des situations très variées (ensembles, suites, avec des systèmes linéaires, des polynômes, des fonctions réelles).
- *Les propriétés générales des bijections réciproques n'ont pas encore été vues ; on se contente d'étudier séparément l'injectivité et la bijectivité, ou de poser l'équation $f(x) = y$.*

Questions de cours

- Somme des termes successifs d'une suite arithmétique « à la Gauss ».
- Formule de Pascal sur les coefficients binomiaux.
- Formule du binôme de Newton.
- (exercice) Calcul de $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k\theta)$ et $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \sin(k\theta)$, pour $\theta \in \mathbb{R}$.
- (exercice) Démontrer la formule du pion $k \binom{n}{k} = n \binom{n-1}{k-1}$, application au calcul de $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}$.
- La composition d'applications est une opération associative.