

Programme de colle 10

4 au 8 décembre 2023

Notions

Chapitre 8 : Applications

- Notions générales. Image directe et réciproque. Restriction. Identité. Application caractéristique d'un sous-ensemble.
- Composition d'applications.
- Injectivité, surjectivité, bijectivité. Composition de bijections.
- Le cas des fonctions réelles. Injectivité et monotonie, théorème des valeurs intermédiaires, théorème de la bijection.

Chapitre 9 : Dénombrement

- Notion d'ensemble finis, applications injectives ou surjectives ou bijectives entre ensemble finis.
- Cardinaux des constructions usuelles : union, produit cartésien, listes (avec répétition) d'éléments de E .
- Listes sans répétition.

Savoir-faire

- Étudier une image directe ou une image réciproque d'une application.
- Composer des applications.
- Étudier l'injectivité et la surjectivité d'une application, dans des situations très variées (ensembles, suites, avec des systèmes linéaires, des fonctions réelles).
- Donner la bijection réciproque, connaître les propriétés générales des compositions de bijections.
- Dénombrer à l'aide des constructions habituelles sur les ensembles.
- *N'ont pas encore été abordés le dénombrement des permutations, de l'ensemble des parties, et l'interprétation des $\binom{n}{k}$.*

Questions de cours

- (exercice) Démontrer la formule du pion $k\binom{n}{k} = n\binom{n-1}{k-1}$, application au calcul de $\sum_{k=1}^n k\binom{n}{k}$.
- La composition d'applications est une opération associative.
- $f : E \rightarrow F$ est bijective si et seulement si il existe $g : F \rightarrow E$ telle que $f \circ g = \text{id}_F$ et $g \circ f = \text{id}_E$.
- La composée de bijections est encore bijective et $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.
- $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B) - \text{Card}(A \cap B)$
- Si les A_1, \dots, A_n sont deux à deux disjoints alors $\text{Card}\left(\bigcup_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n \text{Card}(A_i)$.
- $\text{Card}(A \times B) = \text{Card}(A) \times \text{Card}(B)$