

# Programme de colle 12

## 18 au 22 décembre 2023

### Notions

#### Chapitre 9 : Dénombrement

- Listes sans répétition, permutations, anagrammes.
- Parties de  $E$  à  $k$  éléments et toutes les parties de  $E$ , interprétation combinatoire des formules sur les coefficients binomiaux.

#### Chapitre 10 : Fonctions usuelles

- Notions générales d'étude des fonctions. Opérations sur les fonctions, croissance, majorations, extrema, parité, périodicité.
- Représentation graphique de diverses opérations sur les fonctions et de l'application réciproque, tangentes, asymptotes.
- Étude des fonctions usuelles : puissances, exponentielle, logarithme, notation  $a^b$  ( $b \in \mathbb{R}$ ), fonctions trigonométriques et leur réciproque, partie entière.
- Application : démonstration d'inégalités usuelles.

#### Chapitre 11 : Systèmes linéaires

- Notions générales. Algorithme du pivot de Gauss pour échelonner un système linéaire.
- Inconnues principales, inconnues auxiliaires (ou *libres*), conditions de compatibilité, rang.

### Savoir-faire

- Dénombrer à l'aide des constructions habituelles sur les ensembles.
- Étudier une fonction réelle, le domaine de définition, la parité, la périodicité, la croissance par des opérations élémentaires.
- Connaitre les fonctions usuelles, leur domaine de définition, leurs propriétés élémentaires.
- Démontrer des inégalités.
- Échelonner un système linéaire, donner le rang, donner les conditions de compatibilité et toutes les solutions.

### Questions de cours

- Cardinal de l'ensemble des parties de  $E$  via une bijection  $\mathbb{1} : \mathcal{P}(E) \rightarrow \{0, 1\}^E$ .
- Si  $f$  est une fonction réelle bijective et strictement croissante alors  $f^{-1}$  est strictement croissante ; idem pour strictement décroissant.
- Si  $f$  est impaire et bijective alors  $f^{-1}$  est impaire.
- Sens de variation de  $g \circ f$  en fonction du sens de variation de  $g$  et de  $f$ .
- (exercice)  $\text{sh} : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto \frac{e^x - e^{-x}}{2} \end{cases}$ , ou bien  $\text{ch} : \begin{cases} [0, +\infty[ \rightarrow [1, +\infty[ \\ x \mapsto \frac{e^x + e^{-x}}{2} \end{cases}$  est bijective, et expression de la bijection réciproque.
- (exercice) Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$ .
- (exercice) Montrer que  $\forall x \in \mathbb{R}, |\sin(x)| \leq |x|$ .