Programme de colle 16
27 au 31 janvier 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 13 : Matrices

- Notion de matrice. Matrices rectangulaires, carrées, lignes, colonnes, matrice nulle. Somme de matrices, produit par une constante.
- Produit de matrices, propriétés algébriques. Matrice identité, matrices diagonales, matrices scalaires, matrices triangulaires supérieures ou inférieures.
- Puissances de matrices. Méthode par récurrence. La formule du binôme de Newton.
- Écriture matricielle des systèmes linéaires. Matrices inversibles. Propriétés algébriques, le groupe linéaire $GL_n(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, rang.
- Matrices 2×2 et déterminant.
- Transposition. Matrices symétriques et anti-symétriques.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Calculer avec des matrices.
- Calculer des puissances de matrices, notamment par récurrence ou avec la formule du binôme de Newton.
- Inverser des matrices, notamment avec le système linéaire général, ou avec leurs propriétés algébriques.
- Échelonner des matrices, donner le rang, éventuellement avec des paramètres.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Associativité du produit de matrices.
- Distributivité du produit de matrices.
- Le produit de matrices diagonales est encore diagonal, et les coefficients diagonaux se multiplient entre eux.
- *Idem* avec des matrices triangulaires supérieures.
- (exercice) Soit $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$, calculer A^N pour tout $N \geqslant 0$ avec le binôme de Newton.
- Si $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sont inversibles, alors AB est inversible et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Définition du déterminant pour $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, A est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul, et expression de A^{-1}.
- $(AB)^T = B^T A^T$