Programme de colle 17
3 au 7 février 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 13 : Matrices

- Écriture matricielle des systèmes linéaires. Matrices inversibles. Propriétés algébriques, le groupe linéaire $GL_n(\mathbb{R}) \subset \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
- Opérations élémentaires sur les matrices, matrices échelonnées, rang.
- Matrices 2×2 et déterminant.
- Transposition. Matrices symétriques et anti-symétriques.

Chapitre 14 : Équations différentielles

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1, à coefficients constants ou non, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2, à coefficients constants, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales, dans chacun des trois cas.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Inverser des matrices, notamment avec le système linéaire général, ou avec leurs propriétés algébriques.
- Échelonner des matrices, donner le rang, éventuellement avec des paramètres.
- Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 ou d'ordre 2.
- Trouver une solution particulière sous forme donnée à une équation différentielle.
- Méthode de variation de la constante pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Si $A, B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ sont inversibles, alors AB est inversible et $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$.
- Définition du déterminant pour $A \in \mathcal{M}_2(\mathbb{R})$, A est inversible si et seulement si son déterminant est non-nul, et expression de A^{-1}.
- $(AB)^T = B^T A^T$
- Toutes les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ ($a \in \mathbb{R}$).
- Principe de superposition pour une équation différentielle linéaire d'ordre 1.
- Linéarité pour une équation différentielle linéaire d'ordre 2.
- Solutions d'une équation diffentielle linéaire d'ordre 2 avec $\Delta = 0$, en rappelant l'équation caractéristique.
- Pour $r \in \mathbb{C}$, définition de $f : \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{C} \\ t \mapsto e^{rt} \end{cases}$ et montrer que $\forall t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = rf(t)$.