Programme de colle 18
10 au 14 février 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 14 : Équations différentielles

- Équations différentielles linéaires d'ordre 1, à coefficients constants ou non, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales.
- Équations différentielles linéaires d'ordre 2, à coefficients constants, homogènes ou non, avec ou sans conditions initiales, dans chacun des trois cas.

Chapitre 15 : Géométrie

- Espaces vectoriels $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Vecteurs colinéaires, coplanaires, base, matrice d'une famille de vecteurs.
- Espaces affines de dimension 2 et 3. Droites du plan, plans de l'espace, droites de l'espace, paramétrages et équations cartésiennes.
- Produit scalaire dans $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$. Inégalités de Cauchy-Schwarz et de Minkowski. Distance entre deux points.
- Vecteur normal à une droite ou à un plan. Projeté orthogonal.
- Équations de cercles et de sphères.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Résoudre des équations différentielles linéaires d'ordre 1 ou d'ordre 2.
- Trouver une solution particulière sous forme donnée à une équation différentielle.
- Méthode de variation de la constante pour les équations différentielles linéaires d'ordre 1.
- Manipuler des vecteurs de $\mathbb{R}^2$ et $\mathbb{R}^3$, étudier la colinéarité et la coplanarité, écrire un vecteur dans une base.
- Étudier les droites du plan, les plans et les droites de l'espace, passer d'un paramétrage à une équation cartésienne et réciproquement.
- Utiliser le produit scalaire, la distance entre deux points, les vecteurs normaux.
- Projeter orthogonalement un point du plan sur une droite, ou un point de l'espace sur un plan ou sur une droite.
- Étudier une équation de cercle.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Toutes les solutions de l'équation différentielle $y' = ay$ ($a \in \mathbb{R}$).
- Principe de superposition pour une équation différentielle linéaire d'ordre 1.
- Linéarité pour une équation différentielle linéaire d'ordre 2.
- Solutions d'une équation diffentielle linéaire d'ordre 2 avec $\Delta = 0$, en rappelant l'équation caractéristique.
- Pour $r \in \mathbb{C}$, définition de $f : \begin{cases} \mathbb{R} \to \mathbb{C} \\ t \mapsto e^{rt} \end{cases}$ et montrer que $\forall t \in \mathbb{R}$, $f'(t) = rf(t)$.
- Deux définitions équivalentes de vecteurs colinéaires.
- Trois vecteurs non-nuls et deux à deux orthogonaux de $\mathbb{R}^3$ sont non-coplanaires.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz.