

Programme de colle 19

4 au 8 mars 2024

Notions

Chapitre 15 : Géométrie

- Espaces vectoriels \mathbb{R}^2 et \mathbb{R}^3 . Colinéarité, coplanarité, bases.
- Espaces affines de dimension 2 et 3. Équations de droites, équations de plans.
- Produit scalaire. Vecteur normal, projeté orthogonal, équations de cercles.

Chapitre 16 : Limites de suites

- Notion de convergence et de divergence, droite réelle achevée $\overline{\mathbb{R}}$.
- Théorème d'unicité de la limite.
- Suites extraites de rangs pairs et impairs, application.
- Passage à la limite dans une inégalité.
- Théorème d'encadrement des gendarmes.
- Théorème de convergence monotone.

Savoir-faire

- Étudier la colinéarité ou la coplanarité de vecteurs en dimension 2 ou 3.
- Étudier des droites ou des plans affines, passer d'une représentation paramétrique à une équation et réciproquement.
- Utiliser le produit scalaire, notamment pour étudier des droites ou des plans avec un vecteur normal, ou pour le projeté orthogonal.
- Équations de cercles.
- Appliquer les théorèmes vus sur les limites de suites, notamment pour des suites définies par des sommes, par récurrence, par équation implicite.

Questions de cours

- (exercice) Pour $z \in \mathbb{C}$, la fonction $f : \begin{cases} \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C} \\ t \mapsto e^{tz} \end{cases}$ vérifie $f'(t) = zf(t)$.
- Deux définitions équivalentes de vecteurs colinéaires.
- Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Une suite convergente est bornée.
- Unicité de la limite d'une suite convergente.
- Suites extraites de rangs pairs et impairs. Application : la suite des $(-1)^n$ ne converge pas.
- Passage à la limite dans une inégalité : si $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = \ell$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq 0$ alors $\ell \geq 0$. Corollaire pour $u_n \leq v_n$.
- Théorème d'encadrement des gendarmes, version limite finie ou en $+\infty$ (« gros gendarme »).
- Théorème de convergence monotone.