Programme de colle 20
11 au 15 mars 2024

Notions

Chapitre 15 : Géométrie

- Produit scalaire. Vecteur normal, projeté orthogonal, équations de cercles.

Chapitre 16 : Limites de suites

- Notion de convergence et de divergence, droite réelle achevée $\overline{\mathbb{R}}$.
- Théorème d'unicité de la limite.
- Suites extraites de rangs pairs et impairs, application.
- Passage à la limite dans une inégalité.
- Théorème d'encadrement des gendarmes.
- Théorème de convergence monotone.
- Suites adjacentes.
- Opérations sur les limites.
- Comparaison de limites, notation petit o.
- Suites asymptotiquement équivalentes, équivalents usuels.

Savoir-faire

- Utiliser le produit scalaire, notamment pour étudier des droites ou des plans avec un vecteur normal, ou pour le projeté orthogonal.
- Équations de cercles.
- Appliquer les théorèmes vus sur les limites de suites, notamment pour des suites définies par des sommes, par récurrence, par équation implicite.
- Calculer des limites en utilisant notamment les opérations sur les limites et les comparaisons. Donner un équivalent.
- Calculer des limites en utilisant les équivalents usuels.

Questions de cours

- Inégalité de Cauchy-Schwarz.
- Une suite convergente est bornée.
- Unicité de la limite d'une suite convergente.
- Suites extraites de rangs pairs et impairs. Application : la suite des $(-1)^n$ ne converge pas.
- Passage à la limite dans une inégalité : si $\lim_{n\to\infty} u_n = \ell$ et $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant 0$ alors $\ell \geqslant 0$. Corollaire pour $u_n \leqslant v_n$.
- Théorème d'encadrement des gendarmes, version limite finie ou en $+\infty$ (« gros gendarme »).
- Théorème de convergence monotone.
- Théorème des suites ajacentes.
- Limite d'une somme (cas des limites finies).
- Limite d'un produit (cas des limites finies uniquement, d'abord cas $u_n \times \lambda$ où λ est une constante, puis en déduire le cas général $u_n \times v_n$).
- Comparaisons $\ln(n) \underset{n\to\infty}{=} o(n^\alpha)$ ou $n^\alpha \underset{n\to\infty}{=} o(q^n)$ ou $q^n \underset{n\to\infty}{=} o(n!)$ $(\alpha > 0,\ q > 1)$.