

Programme de colle 23

31 mars au 4 avril 2025

Notions

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

Chapitre 19 : Probabilités

- Univers, vocabulaire des évènements, probabilité, probabilité uniforme, propriétés d'une probabilité.
- Probabilités conditionnelles, formule des probabilités composées, formule des probabilités totales, formule de Bayes.
- Indépendance de deux évènements, indépendance deux à deux et indépendance dans leur ensemble d'une famille d'évènements.

Chapitre 20 : Espaces vectoriels

- Les espaces vectoriels \mathbb{R}^n et \mathbb{C}^n , notion de combinaison linéaire.
- Notion de sous-espace vectoriel, ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène, intersection, sous-espace vectoriel engendré $\text{Vect}(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$, sous-espaces paramétrés ou définis par des équations.
- Familles libres, familles génératrices, bases.
- Dimension d'un sous-espace vectoriel, inégalités sur la dimension, rang d'une famille de vecteurs.
- Matrice d'une famille de vecteurs.

Savoir-faire

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Calculer des probabilités, notamment en révisions du chapitre dénombrement.
- Manipuler les formules des probabilités composées, des probabilités totales, de Bayes.
- Étudier un sous-espace vectoriel de \mathbb{R}^n ou de \mathbb{C}^n , présenté par des équations ou par un paramétrage.
- Étudier une famille de vecteurs, montrer qu'une famille est libre ou génératrice ou est une base ; extraire une base d'une famille génératrice.
- Écrire la matrice d'une famille de vecteurs, calculer le rang en échelonnant la matrice, raisonner avec le rang et la dimension.

Questions de cours

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Pour $\Omega = \{\omega_1, \dots, \omega_n\}$, pour (p_1, \dots, p_n) réels positifs et de somme 1, il existe une unique probabilité \mathbb{P} sur Ω telle que $\forall 1 \leq i \leq n, \mathbb{P}(\{\omega_i\}) = p_i$.
- Pour $A \subset \Omega$, la probabilité conditionnelle \mathbb{P}_A est une probabilité sur Ω telle que $\mathbb{P}_A(A) = 1$.
- Formule des probabilités totales $\mathbb{P}(B) = \sum_{i=1}^n \mathbb{P}(A_i)\mathbb{P}_{A_i}(B)$ pour un système complet d'évènements (A_1, \dots, A_n) .
- Si A et B sont des évènements indépendants, alors \overline{A} et B sont indépendants.
- L'ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène est un sous-espace vectoriel.
- L'intersection de sous-espaces vectoriels est un sous-espace vectoriel.
- $\text{Vect}(\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_p)$ est un sous-espace vectoriel.
- Une famille de vecteurs est liée si et seulement si l'un des vecteurs est combinaison linéaire des autres.
- Une famille de vecteurs est libre si et seulement si les combinaisons linéaires de la famille ont des coefficients uniques.
- L'ensemble des solutions d'une équation linéaire homogène non-nulle dans \mathbb{R}^n est de dimension $n - 1$.