

Programme de colle 26

13 au 17 mai 2024

Notions

Chapitre 20 : Limites de fonctions

- Définition de limite dans tous les cas, limite à droite et à gauche, unicité de la limite.
- Opérations sur les limites, caractérisation séquentielle, composition de limites.
- Théorèmes généraux : limites et passages des inégalités, théorème des gendarmes, théorème de la limite monotone.
- Comparaisons et équivalents usuels.

Chapitre 21 : Continuité

- Notion de continuité, à droite ou à gauche, continuité sur un intervalle, prolongement de fonctions.
- Théorème des bornes et applications.
- Théorème des valeurs intermédiaires, méthode de la dichotomie.
- Théorème de la bijection continue.

Chapitre 22 : Variables aléatoires

- Notion de variable aléatoire, loi, fonction de répartition.
- *Révisions probabilités dans le vocabulaire des variables aléatoires ; pas d'espérance cette semaine.*

Savoir-faire

- Calculer des limites de fonctions, en appliquant les opérations usuels et les théorèmes généraux.
- Manipuler les équivalents, calculer des limites avec les équivalents usuels.
- Étudier la continuité d'une fonction, prolonger par continuité.
- Appliquer les théorèmes sur la continuité.
- Appliquer la méthode de dichotomie à la main pour résoudre une équation.
- Écrire un programme Python pour approximer les solutions d'une équation par dichotomie.
- Étudier une variable aléatoire, donner sa loi.
- Écrire un programme Python qui simule une variable aléatoire.

Questions de cours

- (exercice) Un hyperplan $\{(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n \mid \alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_n x_n = 0\}$ (où $(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \in \mathbb{R}^n \setminus (0, \dots, 0)$) est de dimension $n - 1$.
- Une fonction f a une limite en a si et seulement si f a des limites à gauche et à droite en a , et ces limites sont égales.
- Caractérisation séquentielle de la limite : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ si et seulement si pour toute suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ telle que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = a$ alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(u_n) = \ell$.
- Théorème de la limite monotone.
- Théorème des valeurs intermédiaires.
- Théorème de la bijection continue.
- Pour toutes valeurs $(x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, $(p_1, \dots, p_n) \in \mathbb{R}^n$ positifs et de somme 1, il existe un univers probabilisé (Ω, \mathbb{P}) et une variable aléatoire X sur (Ω, \mathbb{P}) telle que $\mathbb{P}(X = x_i) = p_i$ + formule $\mathbb{P}(X \in A) = \sum_{x \in A} \mathbb{P}(X = x) = \sum_{i \text{ tq } x_i \in A} p_i$.