

# TD 16 correction

## Limites de suites

**Exercice 9.** Montrons que  $n! =_{n \rightarrow +\infty} o(n^n)$ . Posons  $u_n = \frac{n!}{n^n}$ . En écrivant

$$u_n = \frac{1 \times 2 \times \cdots \times (n-1) \times n}{n \times n \times \cdots \times n \times n} = \frac{1}{n} \times \frac{2}{n} \times \cdots \times \frac{n-1}{n} \times \frac{n}{n}$$

il est facile de conjecturer que la limite sera 0. Mais il suffit d'écrire par exemple que

$$u_n = \frac{1}{n} \times \underbrace{\left( \frac{2}{n} \times \cdots \times \frac{n-1}{n} \times \frac{n}{n} \right)}_{=v_n}$$

avec  $0 \leq v_n \leq 1$ . Alors  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = 0$  et  $0 \leq u_n \leq \frac{1}{n}$  donc (gendarmes)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 0$ .