Fonctions réelles usuelles

Résumé

On rappelle différentes notions autour des fonctions d'une variable réelle ainsi que différents aspects d'une étude de fonction. Enfin, on énumère les différentes fonctions usuelles ainsi que leurs propriétés.

1 Généralités sur les fonctions

1.1 Rappels et interprétations géométriques

Définition 1. (Domaine de définition)

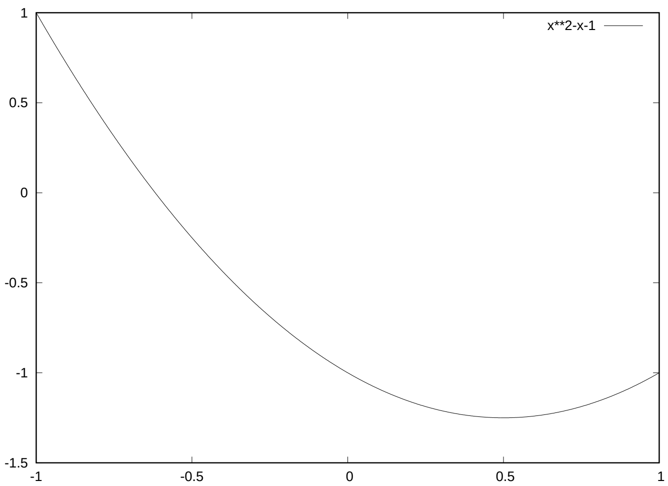
Soit $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle. On appelle domaine de définition de f, l'ensemble des réels x pour lequel x a une image par f. Il est noté $\mathcal{D}_f$.

Exemple 2. La fonction $f\colon x \mapsto \frac{1}{x}$ est définie sur $\mathbb{R}^\star$.

Définition 3. (Graphe d'une fonction)

Soit $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle. Soit $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan. On appelle graphe de f (qu'on peut noter $\mathcal{C}_f$) l'ensemble des points du plan de coordonnées $(x, f(x))$ où x parcourt $\mathcal{D}_f$.

Exemple 4. Graphe de la fonction $x \mapsto x^2 - x - 1$



Définition 5. (Antécédent, image, image de f)

Soit $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle.

- *Soit $x \in \mathcal{D}_f$. L'image de f par x désigne l'élément $f(x)$.*
- *Soit $y \in \mathbb{R}$. Un antécédent de y par f désigne un élément $x \in \mathcal{D}_f$ vérifiant $f(x) = y$.*
- *L'image de f qu'on note $\operatorname{Im}(f)$ désigne l'ensemble $\{f(x), x \in \mathcal{D}_f\}$.*

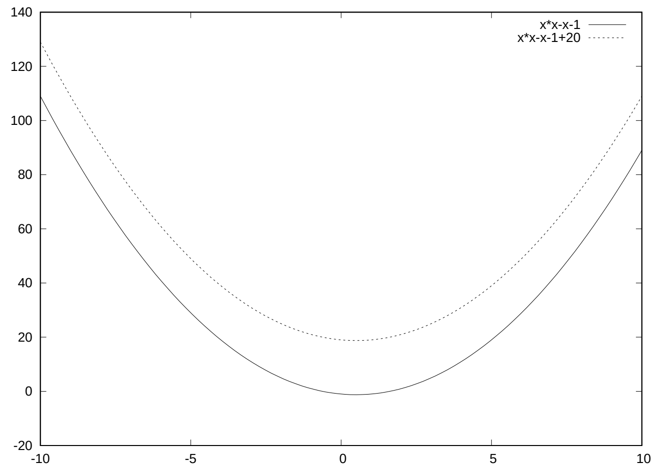
Exemple 6. Considérons $f: x \mapsto x^2 - x - 1$. L'image de 3 par f est égale à 5. 1 admet exactement deux antécédents par f : $-1, 2$.

Interprétation géométrique de certaines transformations

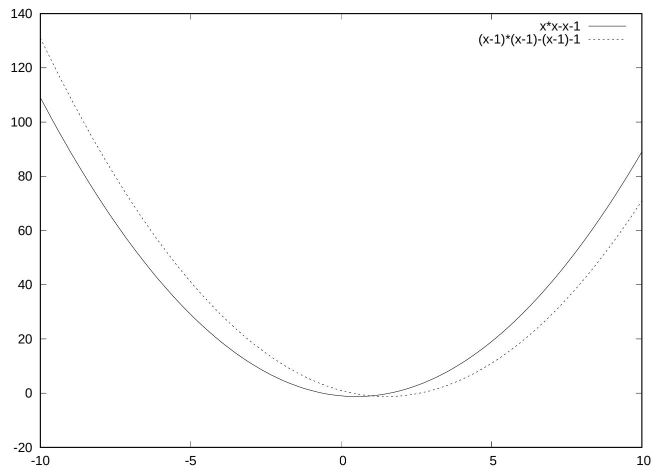
Soit $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle. On fixe $(O, \vec{i}, \vec{j})$ un repère orthonormé du plan et on note $\mathcal{C}_f$ le graphe de f.

- Le graphe de $x \mapsto f(x) + a$ est obtenu en appliquant à $\mathcal{C}_f$ une translation de vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(0, a)$.
- Le graphe de $x \mapsto f(x + a)$ est obtenu en appliquant à $\mathcal{C}_f$ une translation de vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(-a, 0)$.
- Le graphe de $x \mapsto f(a - x)$ est obtenu en appliquant à $\mathcal{C}_f$ une symétrie orthogonale par rapport à la droite d'équation $x = \frac{-a}{2}$.
- Pour $a > 0$, le graphe de $x \mapsto f(a \cdot x)$ est obtenu en appliquant à $\mathcal{C}_f$ une compression ou étirement suivant l'axe des abscisses.
- Pour $a > 0$, le graphe de $x \mapsto a \cdot f(x)$ est obtenu en appliquant à $\mathcal{C}_f$ une compression ou étirement suivant l'axe des ordonnées.

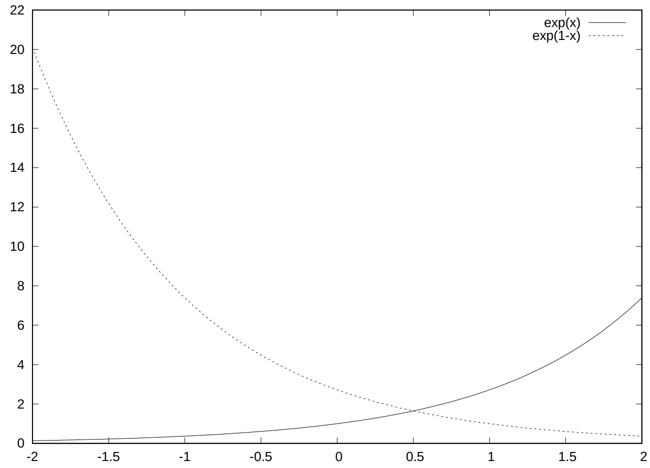
```
gnuplot 5.4 patchlevel 2
gnuplot] plot x*x-x-1,x*x-x-1+20
```



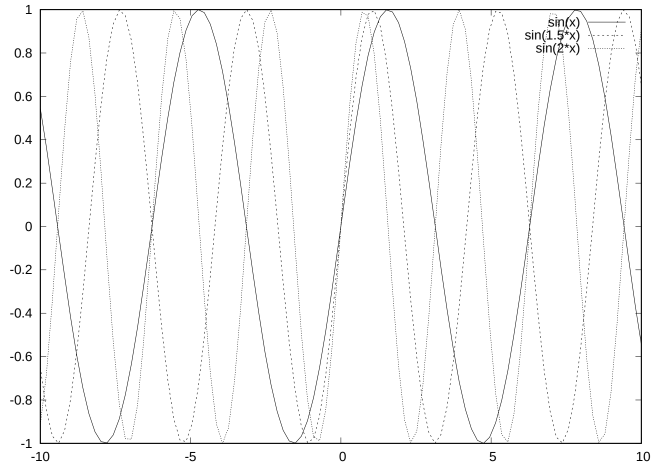

```
gnuplot] plot x*x-x-1,(x-1)*(x-1)-(x-1)-1
```



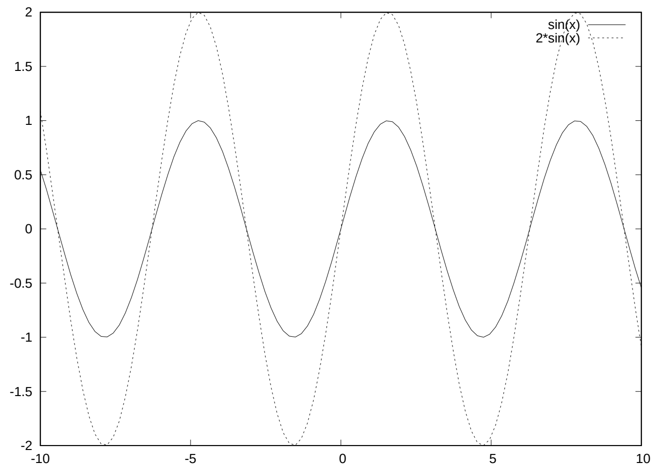
```
gnuplot] plot [x=-2:2] exp(x),exp(1-x)
```




```
gnuplot] plot sin(x),sin(1.5*x),sin(2*x)
```




```
gnuplot] plot sin(x),2*sin(x)
```




```
gnuplot]
```

1.2 Propriétés usuelles sur les fonctions

Définition 7. (Parité)

Soit f une fonction d'une variable réelle. On dit que :

- *f est une fonction paire si :* $\forall x \in \mathcal{D}_f, f(-x) = f(x)$,
- *f est une fonction impaire si :* $\forall x \in \mathcal{D}_f, f(-x) = -f(x)$.

Remarque 8. Le graphe d'une fonction paire est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Le graphe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine.

Exemple 9. Les fonctions carrée et cube sont respectivement paire et impaire.

Définition 10. (Périodicité)

Soit $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle. Soit $T \in \mathbb{R}^\star$. On dit que f est T-périodique si

$$\forall x \in \mathcal{D}_f, f(x+T) = f(x).$$

Remarque 11. Le graphe d'une fonction T-périodique est invariant par la translation de vecteur $\vec{u}$ de coordonnées $(T, 0)$.

1.3 Opérations

Définition 12. (Somme, produit, quotient)

Soient $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ et $g: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ deux fonctions d'une variable réelle.

- *On appelle somme de f et g qu'on note $f+g$ la fonction définie par*

$$\begin{array}{rccc} f+g\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x)+g(x) \end{array}$$

- *On appelle produit de f et g qu'on note $f \cdot g$ la fonction définie par*

$$\begin{array}{rccc} f \cdot g\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & f(x) \cdot g(x) \end{array}$$

- *On appelle quotient de f par g qu'on note $\frac{f}{g}$ la fonction définie par*

$$\begin{array}{rccc} \dfrac{f}{g}\colon & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & \dfrac{f(x)}{g(x)} \end{array}$$

Remarque 13. Pour la somme et le produit, le domaine de définition est donnée par $\mathcal{D}_f \bigcap \mathcal{D}_g$. Pour le quotient, le domaine de définition est donnée par $\mathcal{D}_f \cap \mathcal{D}_g \cap \{x \in \mathbb{R} | g(x) \neq 0\}$.

Définition 14. (Majorée, minorée, bornée)

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *une fonction d'une variable réelle.*

- *On dit que* f *est majorée si* $\mathrm{Im}(f)$ *est une partie majorée de* $\mathbb{R}$*.*
- *On dit que* f *est minorée si* $\mathrm{Im}(f)$ *est une partie minorée de* $\mathbb{R}$*.*
- *On dit que* f *est bornée si* $\mathrm{Im}(f)$ *est une partie bornée de* $\mathbb{R}$*.*

Remarque 15. De manière équivalente cela signifie que f est majorée si

$$\exists M \in \mathbb{R} (\forall x \in \mathcal{D}_f, f(x) \leqslant M).$$

En pratique, pour montrer que f est majorée, on explicite une valeur M pour lequel toute valeur $f(x)$ est plus petite que M.

Exercice 1. Donner la définition à l'aide de quantificateurs de « f minorée », « f bornée ».

Exercice 2. On considère les fonctions

$$f : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & e^x \end{array}, \quad g : \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{1}{x^2+1} \end{array}.$$

Sont-elles minorées ? Majorées ? Bornées ?

Définition 16. (Monotonie)

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ *une fonction d'une variable réelle.*

- *On dit que* f *est croissante si :* $\forall (x, y) \in \mathcal{D}_f^2 ((x \leqslant y) \Rightarrow (f(x) \leqslant f(y)))$
- *On dit que* f *est décroissante si :* $\forall (x, y) \in \mathcal{D}_f^2 ((x \leqslant y) \Rightarrow (f(x) \geqslant f(y)))$
- *On dit que* f *est strictement croissante si :* $\forall (x, y) \in \mathcal{D}_f^2 ((x < y) \Rightarrow (f(x) < f(y)))$
- *On dit que* f *est strictement décroissante si :* $\forall (x, y) \in \mathcal{D}_f^2 ((x < y) \Rightarrow (f(x) > f(y)))$
- *On dit que* f *est monotone si* f *est croissante ou décroissante.*
- *On dit que* f *est monotone si* f *est strictement croissante ou strictement décroissante.*

Remarque 17. La stricte monotonie d'une fonction peut être utiliser pour résoudre des inéquations.

Exercice 3. Résoudre l'inéquation d'inconnu x réel : $\sqrt{x+1} \geqslant x$.

2 Étude d'une fonction

2.1 Restriction à un domaine

Définition 18. (Restriction)

Soit $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle. Soit I une partie de $\mathbb{R}$. La restriction à I de la fonction f qu'on note $f_{|I}$ désigne la fonction

$$f_{|I}\colon \begin{array}{ccc} I & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & f(x) \end{array}$$

Remarque 19. Dans de nombreux cas, la restriction de f à un certain ensemble vérifie une propriété comme la monotonie ou la majoration.

Exemple 20. La fonction cos est strictement décroissante sur $[0, \pi]$.

Pour étudier plus facilement une fonction, on peut exploiter les différentes symétries. Pour les fonctions paires ou impaires, on peut restreindre l'étude à $\mathbb{R}^+$ puis étendre les résultats trouvés à $\mathbb{R}$. De même, pour les fonctions T-périodiques, on peut restreindre l'étude à un intervalle de T puis étendre les résultats à $\mathbb{R}$ par périodicité.

Exercice 4. On considère la fonction $f\colon x \mapsto \cos(2 \cdot x)$. Montrer que la fonction est périodique et trouver la plus petite période positive. Représenter la fonction f sur l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

2.2 Variations d'une fonction

Un des outils importants dans l'étude des variations d'une fonction est la dérivation. Les méthodes de calcul seront abordées dans un autre chapitre. On rappelle le théorème suivant :

Théorème 21.

Soit $f\colon I \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable sur un intervalle I. Alors :

- *f est croissante sur I si et seulement si f' est positive sur I.*
- *f est décroissante sur I si et seulement si f' est négative sur I.*
- *si f' est positive sur I et s'annule en un nombre fini de points alors f est strictement croissante sur I.*
- *si f' est négative sur I et s'annule en un nombre fini de points alors f est strictement décroissante sur I.*

Remarque 22. Il est important de préciser que I est un intervalle : en effet, la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{+\star}$, mais n'est pas monotone sur $\mathbb{R}^\star$. Ce théorème permet de ramener l'étude des variations d'une fonction à la résolution d'inéquations.

Après avoir déterminer les variations d'une fonction f, il est courant de dresser le tableau de variations correspondant.

Exercice 5. On définit la fonction $f\colon x \mapsto \ln(x^2 + x - 2)$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Déterminer les variations de f, puis dresser les variations de f.

2.3 Droites remarquables

Définition 23. (Tangente)

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable réelle. Soit $a \in \mathbb{R}$. On suppose que f est dérivable en a. On appelle tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $(a, f(a))$ la droite d'équation

$$y = f(a) + f'(a) \cdot (x - a).$$

Exercice 6. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = x^2$. Tracer la courbe représentative de f ainsi que la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $(1, 1)$.

Définition 24. (Asymptote horizontale)

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction d'une variable de $\mathbb{R}$. On suppose que f admet une limite finie ℓ en $+\infty$ (respectivement en $-\infty$). La droite d'équation $y = \ell$ est appelée asymptote à $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$ (respectivement au voisinage de $-\infty$).

Exercice 7. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \frac{3 \cdot x^2 + 1}{x^2 + 1}$.

1. Montrer que f admet une limite finie en $+\infty$ et calculer la valeur.

2. Tracer la courbe de $\mathcal{C}_f$ ainsi que l'asymptote de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.

3 Catalogue des fonctions usuelles

3.1 Fractions rationnelles particulières

Fonction affine

Définition 25. (Fonctions affines)

Une fonction affine de coefficient directeur $a \in \mathbb{R}$ et d'ordonnée à l'origine $b \in \mathbb{R}$ désigne une fonction de la forme :

$$\begin{array}{rccl} f: & \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & a \cdot x + b \end{array}$$

Proposition 26. (Propriétés des fonction affines)

Soit f une fonction affine de coefficient directeur $a \in \mathbb{R}$ et d'ordonnée à l'origine $b \in \mathbb{R}$.

- *Cas 1 : $a > 0$*
  - *f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.*
  - *$\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$ et $\lim\limits_{-\infty} f = -\infty$.*
- *Cas 2 : $a < 0$*
  - *f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$*
  - *$\lim\limits_{+\infty} f = -\infty$ et $\lim\limits_{-\infty} f = +\infty$.*
- *Cas 3 : $a = 0$. f est constante et égale à b.*

f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et : $\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = a$.

Fonctions puissances entières

Définition 27. (Fonctions puissances entières)

Une fonction puissance d'exposant entier $n \in \mathbb{Z}$ est une fonction f de la forme :

$$f\colon \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & x^n \end{array}.$$

Proposition 28. (Propriétés des fonctions puissances)

Soit f une fonction puissance d'exposant entier $n \in \mathbb{Z}^\star$.

- *Cas 1 : $n > 0$. f est définie sur $\mathbb{R}$.*
  - *Cas 1.1 : n pair. f est une fonction paire, strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$, strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$, $\lim_{-\infty} f = +\infty$ et $\lim_{+\infty} = +\infty$.*
  - *Cas 1.2 : n impair. f est une fonction impaire, strictement croissante sur $\mathbb{R}$,*

    $$\lim_{-\infty} f = -\infty \ \ et \ \lim_{+\infty} f = +\infty.$$
- *Cas 2 : $n < 0$. f est définie sur $\mathbb{R}^\star$.*
  - *Cas 2.1 : n pair. f est une fonction paire, strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{+\star}$, strictement croissante sur $\mathbb{R}^-$, $\lim_{-\infty} f = \lim_{+\infty} f = 0$ et $\lim_{0^-} f = \lim_{0^+} f = +\infty$*
  - *Cas 2.2 : n est impair. f est une fonction impaire, strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{+\star}$, strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{-\star}$, $\lim_{-\infty} f = \lim_{+\infty} f = 0$ et $\lim_{0^-} f = -\infty, \lim_{0^+} f = +\infty$.*

f est dérivable sur son domaine de définition et : $\forall x \in \mathcal{D}_f, f'(x) = n \cdot x^{n-1}$.

3.2 Logarithme et exponentielle

Fonction exponentielle

Définition 29. (Fonction exponentielle)

Il existe une unique fonction $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ vérifiant la proposition suivante :

$$f' = f \ \ et \ \ f(0) = 1.$$

Cette fonction est appelée fonction exponentielle. Elle est notée exp.

Proposition 30. (Propriétés de la fonction exponentielle)

La fonction exponentielle vérifie les propriétés suivantes :

- exp *est définie sur $\mathbb{R}$.*
- *pour tout $(x, y) \in \mathbb{R}^2, \exp(x + y) = \exp(x) \cdot \exp(y)$.*
- $\lim_{x \to +\infty} \exp(x) = +\infty$
- $\lim_{x \to -\infty} \exp(x) = 0$.
- exp *est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.*
- exp *réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $\mathbb{R}^{+\star}$.*

Logarithme néperien

Définition 31. (Logarithme néperien)

Il existe une unique fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ vérifiant la proposition suivante :

$$\forall x\in\mathbb{R}^{+\star}, f'(x)=\frac{1}{x} \text{ et } f(0)=1.$$

Cette fonction est appelée logarithme néperien. Elle est notée $\ln$.

Proposition 32. (Propriétés du logarithme néperien)

Le logarithme néperien vérifie les propriétés suivantes :

- $\ln$ *est définie sur* $\mathbb{R}^{+\star}$
- *pour tout* $(x,y)\in\mathbb{R}^{+\star 2}, \ln(x\cdot y)=\ln(x)+\ln(y)$.
- $\lim_{x\to+\infty}\ln(x)=+\infty$
- $\ln_{x\to 0^+}(x)=-\infty$
- $\ln$ *est strictement croissante sur* $\mathbb{R}^{+\star}$
- $\ln$ *réalise une bijection de* $\mathbb{R}^{+\star}$ *vers* $\mathbb{R}$.
- *Les fonctions* $\ln$ *et* $\exp$ *sont réciproques l'une de l'autre.*

3.3 Puissances, exponentielles et logarithmes généralisées

Notation a^b

Définition 33. (Notation a^b)

Soient $a>0$ et $b\in\mathbb{R}\backslash\mathbb{Z}$. La notation a^b désigne le nombre $\exp(b\cdot\ln(a))$.

Remarque 34. Pour pouvoir écrire a^b dans le cas où b n'est pas entier, il est important de vérifier que $a>0$. Ainsi, « $(-1)^{\sqrt{2}}$ » n'a pas de sens.

Proposition 35. (Propriétés)

Soient $a>0$, b et c des réels. Alors :

- $a^{b+c}=a^b\cdot a^c$
- $(a^b)^c=a^{b\cdot c}$

Soient $a>0$, $b>0$ et $c\in\mathbb{R}$. Alors : $(a\cdot b)^c=a^c\cdot b^c$.

Démonstration. □

Fonctions exponentielles

Définition 36. (exponentielle de base a)

Soit $a>0$. On appelle fonction exponentielle (de base a) la fonction f définie par :

$$f:\begin{array}{ccc}\mathbb{R} & \to & \mathbb{R}\\ x & \mapsto & a^x\end{array}$$

Exercice 8. Étudier la fonction $x\mapsto a^x$ en fonction de $a>0$. Donner également des allures de graphes.

Fonctions logarithmes

Définition 37. (Logarithme décimal)

On appelle logarithme décimale qu'on note log *la fonction définie par :*

$$\begin{array}{rccc} \log\colon & \mathbb{R}^{+\star} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)} \end{array}$$

Exercice 9. Étudier le logarithme décimal.

Remarque 38. Il est possible de définir le logarithme en base $a > 1$, mais ce n'est pas au programme.

Fonctions puissances

Définition 39. (fonctions puissances)

Soit $\alpha \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Z}$. La fonction puissance d'exposant α désigne la fonction f définie par

$$\begin{array}{rccc} f\colon & \mathbb{R}^{+\star} & \to & \mathbb{R} \\ & x & \mapsto & x^\alpha \end{array}$$

Exercice 10. Étudier la fonction $x \mapsto x^\alpha$ en fonction de $\alpha \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Z}$. On effectuera différents tracés de courbes.

3.4 Fonctions trigonométriques

Ces fonctions ont été définies dans un précédent chapitre. On rappelle quelques unes de leurs propriétés utiles pour les études de fonctions.

Sinus et arcsinus

Proposition 40. (Propriétés de sin)

La fonction sin *vérifie les propriétés suivantes :*

- sin *est* 2π *périodique* • *la fonction* sin *est impaire* • *pour tout* $x \in \mathbb{R}, -1 \leqslant \sin(x) \leqslant 1$
- sin *est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *et :* $\forall x \in \mathbb{R}, \sin'(x) = \cos(x)$.
- sin *est strictement croissante sur* $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ *et réalise une bijection de cette intervalle sur* $[-1, 1]$. *La réciproque de* $\sin_{|\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]}$ *est appelée* arcsin.

Exercice 11. Tracer les graphes de sin et arcsin.

Cosinus et arccosinus

Proposition 41. (Propriétés de cos)

La fonction cos *vérifie les propriétés suivantes :*

- cos *est* 2π *périodique* • *la fonction* cos *est paire* • *pour tout* $x \in \mathbb{R}, -1 \leqslant \cos(x) \leqslant 1$
- cos *est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *et :* $\forall x \in \mathbb{R}, \cos'(x) = -\sin(x)$.
- cos *est strictement décroissante sur* $[0, \pi]$ *et réalise une bijection de cette intervalle sur* $[-1, 1]$. *La réciproque de* $\cos_{|[0, \pi]}$ *est appelée* arccos.

Exercice 12. Tracer les graphes de cos et arccsos.

Tangente et arctangente

Proposition 42. (Propriétés de tan)
La fonction tan *vérifie les propriétés suivantes :*

- tan *est définie sur* $\mathcal{D}_{\tan} = \mathbb{R} \backslash \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$ • tan *est* π *périodique*
- *la fonction* tan *est impaire* • *la fonction* tan *est strictement croissante sur* $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$
- *la fonction* tan *est dérivable sur* $\mathcal{D}_{\tan}$ *et :*$\forall x \in \mathcal{D}_{\tan}, \tan'(x) = 1 + \tan(x)^2 = \frac{1}{\cos(x)^2}$.
- $\tan_{|]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[}$ *réalise une bijection de* $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2} \right[$ *sur* $\mathbb{R}$. *La réciproque est appelée* arctan.
- *La fonction* arctan *est dérivable sur* $\mathbb{R}$ *et :* $\forall x \in \mathbb{R}, \arctan'(x) = \frac{1}{1 + x^2}$.

Exercice 13. Tracer les graphes de $\tan_{|]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[}$ et arctan.

3.5 Partie entière et valeur absolue

Ces fonctions ont été définies dans un chapitre précédent. On rappelle quelques unes de leurs propriétés.

Partie entière

Proposition 43. (Propriétés de la fonction partie entière)
Soit $x \in \mathbb{R}$. $\lfloor x \rfloor$ *est le plus grand entier plus petit ou égal à* x. *La fonction partie entière est définie sur* $\mathbb{R}$.

Exercice 14.

1. Déterminer le domaine de dérivabilité de la fonction partie entière et expliciter la dérivée.
2. Tracer le graphe de la fonction partie entière.

Valeur absolue

Proposition 44. (Propriétés de la valeur absolue)
La fonction valeur absolue vérifie les propriétés suivantes :

- *elle est positive sur* $\mathbb{R}$ • *elle est paire* • $\lim\limits_{x \to -\infty} |x| = \lim\limits_{x \to +\infty} |x| = +\infty$

Exercice 15.

1. Déterminer le domaine de dérivabilité de la fonction valeur absolue et expliciter la dérivée.
2. Tracer le graphe de la fonction représentative de la fonction valeur absolue.

4 Exercices

Exercice 16. Montrer que pour tout x, y réels on a

1. $\max(x, y) = \frac{x + y + |x - y|}{2}$ 2. $\min(x, y) = \frac{x + y - |x - y|}{2}$

Exercice 17. On considère la fonction $f : x \mapsto x^x$.

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Déterminer les variations de la fonction f. Tracer le graphe de f.

Exercice 18. On considère la fonction $f : x \mapsto \frac{3 \cdot x + 2}{2 \cdot x - 1}$

1. Déterminer le domaine de définition de f.
2. Déterminer les variations de la fonction f.
3. Déterminer les asymptotes horizontales et verticales