

Semaine du 18 au 24 octobre

1 Mots-clés

Nombres complexes : Ensemble des nombres complexes, partie réelle, partie imaginaire, module, conjuguée, argument d'un nombre complexe, exponentielle complexe, écriture algébrique, écriture exponentielle, représentation géométrique d'un nombre complexe, forme linéarisée d'un polynôme trigonométrique.

Sommes et produits : Notation \sum , sommes télescopiques, changements d'indices, linéarité, sommes doubles, notation \prod , multiplicativité du produit, somme des premiers termes d'une suite géométrique, somme des premiers carrés, somme des premiers entiers, coefficients binomiaux, propriétés des coefficients binomiaux (formule du pion, symétrie, triangle de Pascal), formule du binôme de Newton.

2 Savoir-faire

1. Donner une écriture exponentielle d'un nombre complexe non nul.
2. Résoudre des équations dans \mathbb{C} .
3. Résoudre $z^2 = w$, où $z \in \mathbb{C}$ et $w \in \mathbb{C}$ est donné.
4. Linéariser un polynôme trigonométrique.
5. Retrouver des formules de trigonométrie à l'aide des nombres complexes.
6. Calculer des sommes simples, doubles.
7. Simplifier l'écriture d'un produit à l'aide de factorielles.
8. Utiliser les différentes propriétés des coefficients binomiaux pour simplifier une expression.

3 Questions de cours

1. Montrer que le produit dans \mathbb{C} est associatif.
2. Montrer l'unicité de l'écriture algébrique.
3. Soit z un nombre complexe non nul. Montrer qu'il existe $w \in \mathbb{C} \setminus \{0\}$ vérifiant $zw = 1$. On se placera dans le cas où $\Re(z) \neq 0$.
4. Résoudre l'équation à coefficients réels $az^2 + bz + c = 0$ dans le cas où $a \neq 0$. On se placera dans l'un des trois cas ($\Delta > 0$, $\Delta = 0$, $\Delta < 0$).
5. À l'aide de $\sum_{k=0}^n u_k = \sum_{k=0}^n u_{n-k}$, montrer que $\sum_{k=0}^n k = \frac{n(n+1)}{2}$.
6. À l'aide d'une somme télescopique, montrer que $\forall q \neq 1, \sum_{k=0}^n q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$.
7. Démontrer la formule du triangle de Pascal.
8. Démontrer la formule du pion.
9. Démontrer la formule du binôme de Newton.