

# TD 2 mathématiques

BCPST 1 2021-2022

## réurrences et nombres réels

**Exercice 1.** On considère la suite définie par récurrence de la manière suivante :

$$u_0 = 1, u_1 = -2, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = -u_{n+1} + 2u_n.$$

1. Calculer  $u_2, u_3, u_4, u_5$ .
2. Conjecturer une formule pour  $u_n$ , où  $n \in \mathbb{N}$ .
3. Démontrer cette conjecture par récurrence.

**Exercice 2.** On considère la suite  $(u_n)_{n \geq 1}$  définie par :

$$\begin{cases} u_1 &= 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} &= u_n + 8n \end{cases}$$

Montrer que pour tout  $n \geq 1, u_n = (2n - 1)^2$ .

**Exercice 3.** Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

1.  $\sqrt{1-3x} = |x+2|$ ;
2.  $|x+1| + |2x-1| = 3$ ;
3.  $x = 1 + \sqrt{x^2-2}$ ;
4.  $x|x| = 4x-1$ ;
5.  $x + 2|x| = \frac{1}{x}$ ;
6.  $x-3 = \sqrt{x+5}$ .

**Exercice 4.** Résoudre les inéquations réelles suivantes :

1.  $(2x+3)(4-x) < (4-x)(x+3)$ ;
2.  $\frac{4x^2-15x-3}{2x^2-5x-3} \geq 1$ ;
3.  $\sqrt{x+1} \geq \sqrt{4x-1}$ ;
4.  $|x^2-6x+4| \leq 1$ ;
5.  $|3x-5| \geq |2x+3|$ ;
6.  $\sqrt{|x+2|} \leq |x-10|$ .

**Exercice 5.** Étudier l'équation d'inconnue  $x \in \mathbb{R}$  en fonction du paramètre réel  $a$  :

$$x - a = \sqrt{x(2x-1)}.$$