

# Programme de colle 26

4 au 7 mai 2026

## Notions

---

↳ *En un coup d'œil, les notions qui ont été vues en cours et sur lesquelles portent les colles de la semaine.*

### Chapitre 22 : Continuité

- Continuité en un point, continuité à droite et à gauche, opérations sur les fonctions continues, continuité sur un intervalle, prolongement par continuité.
- Le théorème des valeurs intermédiaires, méthode de dichotomie à la main ou avec un programme Python, image d'un intervalle par une fonction continue.
- Le théorème des bornes, divers contre-exemples.
- Le théorème de la bijection continue.

### Chapitre 23 : Variables aléatoires

- Notion de variable aléatoire sur un espace de probabilité  $(\Omega, \mathbb{P})$ , événements associés, ensemble des valeurs prises  $X(\Omega)$ , système complet d'événements associé, loi, fonction de répartition, opérations sur les variables aléatoires.
- Espérance, variance, écart-type.
- Indépendance, famille de variables aléatoires mutuellement indépendantes, variables indépendantes et identiquement distribuées.
- Lois usuelles : loi certaine, loi uniforme, loi de Bernoulli, loi binomiale. Calcul de leur loi, espérance, variance, simulation en Python.

## Savoir-faire

---

↳ *Description des compétences attendues et des types d'exercices possibles.*

- Étudier la continuité d'une fonction, étudier les éventuels prolongements par continuité.
- Appliquer le théorème des valeurs intermédiaires, le théorème des bornes, le théorème de la bijection continue.
- Appliquer la méthode de la dichotomie à la main ou bien avec un programme Python.
- Étudier une variable aléatoire et donner sa loi.
- Simuler une variable aléatoire avec un programme Python.
- Manipuler l'espérance et la variance d'une variable aléatoire.
- Connaitre et utiliser les lois usuelles.

## Questions de cours

---

↳ *Les questions à travailler et à savoir refaire, incluant l'énoncé précis et la démonstration.*

- Théorème des valeurs intermédiaires (version 1 : dichotomie).
- Théorème de la bijection continue (montrer que  $f^{-1}$  est continue).
- (exercice) Trouver toutes les fonctions  $f$  continues sur  $\mathbb{R}$  telles que  $\forall x \in \mathbb{R}, (f(x))^2 = 1$ .
- Si  $X, Y$  sont deux variables aléatoires alors  $\mathbb{E}(X + Y) = \mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(Y)$ .
- Formule de König-Huygens pour les variables aléatoires.
- Si  $X, Y$  sont des variables aléatoires indépendantes alors  $\mathbb{E}(X \times Y) = \mathbb{E}(X) \times \mathbb{E}(Y)$ .
- Si  $X, Y$  sont des variables aléatoires indépendantes alors  $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ .
- Loi uniforme sur  $\llbracket 1, n \rrbracket$ , calcul de l'espérance et de la variance.